ÜBER DEN EINFLUSS ALLSEITIGEN DRUCKES AUF DIE ELASTISCHEN EIGENSCHAFTEN, INSBESONDERE AUF DIE ELASTISCHE NACHWIRKUNG BEIM KAUTSCHUK, SILBER UND GLAS.

INAUGURAL-DISSERTATION

ZUR ERLANGUNG DER DOKTORWÜRDE

DER HOHEN PHILOSOPHISCHEN FAKULTÄT (II. SEKTION)
DER KÖNIGLICHEN LUDWIG-MAXIMILIANS-UNIVERSITÄT
MÜNCHEN

VORGELEGT AM 16. FEBRUAR 1912

VON

FRIEDRICH BEYER.

BORNA-LEIPZIG
BUCHDRUCKEREI ROBERT NOSKE
1912.

Digitized by the Internet Archive
in 2026

https://archive.org/details/IA41545808_0026

Die vorliegende Arbeit wurde im Physikalischen Institut der hiesigen Universität ausgeführt.

Es sei mir an dieser Stelle gestattet,

Sr. Exzellenz Geheimrat Prof. **Dr. Röntgen**

meinen aufrichtigen Dank auszusprechen für die Anregung dazu und während derselben, sowie für die vielseitige Unterstützung und Förderung bei der Ausführung, die mir zuteil geworden ist.

Inhaltsverzeichnis.

Seite

Einleitung 1
Wahl der Versuchsanordnung 2
Einzelheiten der Ausführung 3
Wahl der Versuchsobjekte 5
Versuchsgang 7

Einfluß des Druckes auf den Elastizitätsmodul beim Kautschuk, Fehlerquellen 8
Messungen der Nachwirkung beim Kautschuk 15
Graphische Darstellung 15
Berechnung nach Kohlrauschs Formel 24
Zahlenangaben 32
Konstantentabelle 41
Diskussion der Zahlenwerte 42
Messungen an einer Silberspirale 54
Messungen an einer Glasspirale 60
Zusammenstellung 63

Einleitung.

Seit den grundlegenden Versuchen von W. Weber[1]) und später Fr. Kohlrausch[2]) sind eine ganze Reihe von Experimentaluntersuchungen und mathematischen Betrachtungen[3]) über die elastische Nachwirkung angestellt worden. Fast alle Beobachter konnten ihre Resultate in die von Kohlrausch aufgestellten Formeln kleiden, und es zeigte später Wiechert,[3]) daß diese, ebenso wie die Boltzmannschen, Sonderfälle einer noch allgemeineren Darstellungsweise bilden. So brauchbar nun aber die Ansätze für eine recht gute zahlenmäßige Wiedergabe der Erscheinungen der elastischen Nachwirkung sind, so ist uns der wirkliche, innere physikalische Vorgang dabei noch unbekannt, und zur Prüfung der mannigfachen darüber aufgestellten Hypothesen[3]) ist es nicht ohne Interesse, neue Einflüsse aufzufinden, die auf den Vorgang in meßbarer Weise einwirken.

Kohlrausch[4]) schon untersuchte, inwieweit der Größe und Dauer der primären Deformation und Temperatureinflüssen innerhalb mäßiger Grenzen Wirkung zukäme, wie aber hydrostatischer Druck den Charakter der Nachwirkung verändere, darüber scheinen Messungen noch nicht vorzuliegen.

---

[1]) W. Weber, Pogg. Ann. **34**, 247; 1835; **54**, 1; 1841.

[2]) Fr. Kohlrausch, Pogg. Ann. **119**, 337; 1863; **128**, 1, 207, 399; 1866; **155**, 579; 1875; **158**, 337; 1876; **160**, 225; 1877.

[3]) Ausführliche Zusammenstellung und Literaturangaben in Winkelmanns Handbuch der Physik. Neuere Arbeiten: Tätigkeitsbericht der Phys. Techn. Reichsanstalt, Zeitschr. f. Instrumentenk. **27**, 111; 1907; W. Kautz, Diss. Göttingen 1908; G. Grobe, Ann. d. Phys. **31**, 971; 1910.

[4]) Fr. Kohlrausch l. c.

Zweck der vorliegenden Arbeit sollte es daher sein, festzustellen, ob und wie äußerer allseitiger Druck den Ablauf und die Größe der elastischen Nachwirkung etwa ändern könne.

Wahl der Versuchsanordnung.

Klar war von vornherein, daß erhebliche Drucke angewendet werden mußten, wenn nicht nur Resultate qualitativer Art erzielt werden sollten. Deshalb schied die von Kohlrausch benutzte einfache Anordnung aus, einem senkrecht frei herabhängenden Faden des vorliegenden Materials eine bestimmte Torsion auf gemessene Zeitdauer zu erteilen und dann nach Aufheben derselben den Ablauf der Nachwirkung an den Winkeländerungen eines unten befestigten Spiegelchens mittels Fernrohr und Skala zeitlich zu verfolgen. Denn in einen Druckzylinder ein segmentartiges Fenster von der nötigen Winkelgröße einzusetzen, erschien technisch nicht angängig; und Beobachtung durch ein kleines Fenster, während die Spiegelnormale dauernd durch Drehen des oberen Torsionskopfes (von außen durch eine Stopfbüchse hindurch) in gleicher Richtung zu erhalten gewesen wäre, hätte große Unsicherheit in die Messung gebracht infolge unvermeidlicher Erschütterungen und etwaiger unkontrollierbarer Torsion in den oberen Teilen. Zudem hätten gleichzeitig das Drehen des Torsionskopfes und die Ablesungen des unteren Spiegelbildes sowie einer weiteren Spiegelung am Kopfe erfolgen müssen, wozu zwei Beobachter nötig gewesen wären. Überdies hätte sich das Verfahren gerade in den ersten Minuten, in denen der größte und voraussichtlich wichtigste Teil der Nachwirkung abläuft, praktisch nicht genau genug ausführen lassen, so daß diese vielleicht entscheidende Periode der Messung entgangen wäre.

Einfach und sicher erschien dagegen folgende Anordnung: Beobachtet wird die elastische Nachwirkung nach einer Längsdilatation oder auch nach der Verlängerung einer Spirale (Torsion des Materials), die mit konstanter Kraft während einer längeren, gemessenen Zeitdauer bewirkt worden ist.

Zu diesem Zwecke wird das Untersuchungsobjekt an einem Gestell im Druckzylinder frei aufgehängt und trägt am unteren Ende mittels einer leichten Armatur eine Glasskala. Dieser gegenüber ist ein Glasplättchen mit Marke am Gestell befestigt, und zwei diametral in Höhe der Marke in die Zylinderwand eingesetzte Fensterchen lassen mittels Fernrohres die gegenseitige Stellung von Skala und Marke ablesen. Zwecks elastischer Deformation des Versuchsobjektes wird ein achsial ausgebohrtes Gewicht, das konzentrisch den Faden umschließt, mittels zweier dünner Fäden auf einen kleinen Teller an der Armatur herabgelassen und bei Beginn der Messung rasch abgehoben. Zum Heben und Senken des Gewichts werden die Tragfäden oben durch Ösen geführt und sind am Umfange einer Schnurscheibe befestigt, deren Achse durch eine Stopfbüchse hindurch von außen beliebig gedreht werden kann.

Einzelheiten der Ausführung.

Als Druckraum diente ein Cailletetscher Stahlzylinder (100 cm lang, 34 mm lichter Durchmesser), in dem in passender Höhe diametral gegenüberliegende Durchbohrungen mit Gewinde neu angebracht waren. In die Gewinde waren konisch durchbohrte Verschlußstücke eingeschraubt, in deren Konus eingeschliffene Glas-, später Quarzpfropfen mit Marineleim eingekittet saßen.

Erzeugt wurde der Druck mittels einer Cailletetschen Pumpe, gemessen durch ein Manometer von Schäffer & Budenberg, das, mit einem von Wagner[5]) geeichten Normalinstrument verglichen, innerhalb der für die vorliegenden Versuche nötigen Grenzen richtig zeigte.

Als Druckflüssigkeit wurde Wasser verwendet, durch Auskochen luftfrei gemacht und nach Erkalten eingefüllt. Um die letzten Luftblasen zu entfernen, wurde der geschlossene Druckzylinder schließlich einige Minuten mit der Wasserluftpumpe verbunden.

Einige Schwierigkeit bereitete die Wahl geeigneter Dichtungen. Leder wurde vom Wasser ausgelaugt, und es bildete sich schon

---

[5]) E. Wagner, Ann. d. Phys. 15, 906 ff., 1904.

innerhalb weniger Stunden durch Angriff der Gerbstoffe auf die Stahlteile eine tintenähnliche Färbung der Füllung aus. Blei wurde an den Dichtflächen allmählich herausgepreßt und verbürgte namentlich keine präzise Fixierung der einzelnen verschraubten Teile zueinander. Schließlich befriedigten an den Dichtungsflächen kleineren Querschnitts Messingringe, bei größeren Querschnitten Ringe aus Aluminiumblech.

Durch Rostbildung trat nach und nach eine geringe Gelbfärbung des Wassers ein, doch konnten jeweils die Versuchsreihen zu Ende geführt werden, ehe dadurch die Durchsichtigkeit erheblich gestört war.

Das vorliegende Beobachtungsmaterial war oben in eine aufgeschnittene Metallhülse mit konisch verlaufendem Gewinde eingeführt, so daß eine dazu passende Mutter die Hülse zusammenpreßte. Die Befestigung war so recht gut und der Anfang der wirksamen Länge auf weniger als $^1/_2$ mm definiert. Unten saß das Material ebenso im Kopfe eines Stieles, auf dessen unteres Ende ein flacher Teller aufgeschraubt war.

Damit das Belastungsgewicht auf diesem gut zentrisch aufsaß, war die Durchbohrung leicht konisch und der Stiel entsprechend konisch nach unten verdickt. Drei Stahlkügelchen an der Unterseite des Gewichts verhinderten ein Festhaften am Teller. Es mußte auch an den Tragfäden dauernd senkrecht und konzentrisch zum untersuchten Faden hängen, und es teilte sich deshalb der herabkommende Tragfaden kurz oberhalb; beide Teile gingen durch eine gemeinschaftliche Öse, die mittels Messingstiftes oberhalb des hinteren Gewichtsrandes angeordnet war, dann getrennt über je eine Rolle links und rechts am Gewichtsrande und wieder vereint durch eine entsprechende Öse vorn, um weiter oben in einen Faden überzugehen. An den Stellen, wo sich die Tragfäden teilten, hingen kleine Bleistückchen, um diese dauernd so straff zu halten, daß sie sich glatt um die Schnurscheibe aufwinden ließen. Bei aufgesetztem Gewichte waren die Fäden unterhalb dieser Bleistückchen lose; sie wirkten also nicht mit als Belastung.

Die Beleuchtung durch die Schaulöcher hindurch erfolgte im Anfang mit größerer mattierter Glühlampe unter Vorsatz

eines Wassertroges, später durch eine kleine Glühbirne hinter einem gefetteten Papiere und nur während der Beobachtungen.

Die Glasskala (ca. 20 cm lang, in Millimeter geteilt) hing mittels zweifachen Drahtgelenkes am unteren Ende des oben genannten Stieles, die Glasmarke (1 mm in 10 Teile unterteilt, so daß die gegenseitige Stellung auf $\pm$ 0,01 mm geschätzt werden konnte) war etwa 1—2 mm vor der Skala fixiert. Da das Ablesefernrohr etwa 20 cm entfernt mit dem Druckzylinder fest verbunden war, kamen Parallaxenfehler nicht in Betracht.

Der fertig montierte Zylinder ruhte, in einem dreibeinigen Gestell festgekeilt, auf einem Holzdreieck, und dieses war in handlicher Höhe auf einem recht massiven Holzgestell inmitten eines isoliert aus dem Erdboden aufstrebenden Betonpfeilers aufgestellt. Kleine Keile zwischen Holzdreieck und Unterlage ermöglichten es, den Zylinder so zu justieren, daß die Skala frei am Markenblättchen vorbeigleiten konnte.

Um rasche Temperaturschwankungen zu verhüten, umhüllten den Zylinder mehrere Lagen Papier und eine dicke Schicht Wollstoff. Durch diesen Mantel hindurch ragte ein Thermometer, dessen Kugel, an der Zylinderwand anliegend, durch mehrere übergelegte Stanniolschichten noch besser wärmeleitend mit ihr verbunden war. Im Verlaufe der ersten Versuche traten Temperaturschwankungen von einigen Zehntel Grad, von einem Tag zum andern von 3—4° auf. Später wurden diese durch kräftige Durchmischung der Zimmerluft mittels Ventilators und dauerndes Regulieren der Heizungs- und Lüftungseinrichtungen, schon stundenlang vor jedem Versuche beginnend, auf $\pm$ 0,1° während eines Versuches und auf ein Intervall von 19,5—20,5° von einem Tag zum andern beschränkt.

Wahl der Versuchsobjekte.

Als Versuchsmaterial wurde zunächst Kautschuk gewählt, weil er innerhalb der Elastizitäts- und der Festigkeitsgrenze eine relativ große Deformation zuläßt und dabei so erhebliche Nachwirkung zeigt, daß bei den gegebenen Apparatdimensionen und Meßmitteln auch deren etwaige Beeinflussung durch Druck

noch am ehesten wahrnehmbar erschien. Damit war jedes Öl als Druckmittel ausgeschlossen, da, wie vorauszusehen und durch Vorversuch bestätigt, Kautschuk dieses aufsaugt, wobei sein Querschnitt auf das Mehrfache wächst. Es wird so erklärlich sein, warum gerade Wasser trotz der oben erwähnten Übelstände zur Füllung benutzt wurde.

Zuerst wurde ein Stück käuflicher, wie versichert reiner, Paragummischnur von quadratischem Querschnitt (ca. 4,5 qmm) untersucht, nachdem es 4 Monate, frei aufgehängt, etwa mit dem 3 fachen der späteren Belastung beschwert gewesen war, um zunächst die Elastizitätsgrenze genügend zu erweitern und eine etwaige bleibende Deformation vorweg zu nehmen. Dann blieb es zwei Monate sich selbst überlassen liegen, damit die Nachwirkung aus dieser Vorbehandlung bis auf unmerkliche Reste sich verlöre. Das Stück wird im weiteren mit Faden I bezeichnet.

Nachdem die Versuche damit Erfolg gezeigt hatten, mußte Gewißheit geschafft werden, daß nicht zufällige Eigenschaften des gerade benutzten Versuchsstückes zugrunde lagen. Es wurden deshalb ein gleicher, aber frisch angefertigter Faden (Faden II) und ein Schlauch aus gleichem Material (Schlauch) untersucht, beide indessen absichtlich keiner längeren Vorbelastung unterworfen, sondern nur wenig über die Versuchsgrenzen hinaus vorweg beansprucht, um die Elastizitätsgrenze soweit erforderlich zu erhöhen. Beim Schlauch speziell wurde durch winzige oben und unten eingestochene Löcher darauf geachtet, die Luft aus dem Innern entweichen zu lassen und dauernde Verbindung des Innenraumes mit der Druckflüssigkeit herzustellen.

Später wurden die Versuche auch auf je eine Spirale aus Silber und Glas ausgedehnt, die unter unwesentlichen Änderungen in den gleichen Apparat eingepaßt werden konnten. Allerdings wurde so die Torsionsnachwirkung untersucht, doch war die Spiralform nötig, um unter den gegebenen Verhältnissen auch bei diesen Materialien genügend große Deformationen zu erreichen.

Versuchsgang.

Durch Vorversuche waren die günstigsten Verhältnisse für Fadenlänge, Belastungsgewicht und Lage der festen Marke am Gestell, also Höhe der Fenster, ermittelt worden. Nunmehr wurde das Versuchsstück in passender Länge in das Gestell montiert, dieses in den Zylinder eingesetzt, verschraubt und dann das System auf Druckdichtigkeit geprüft. Es mußte jetzt ungefähr das untere, nach einer länger währenden Belastung fast das obere Ende der Glasskala vor der Marke stehen und die Skala dabei beinahe am Zylinderboden auftreffen. So wurde die verfügbare Zylinderlänge gerade ausgenutzt. Darauf wurde festgestellt, wieviel Umdrehungen der Schnurscheibe bis zur völligen Belastung nötig waren, der Zylinder justiert, der Faden wieder entlastet, die Justierung in dieser Stellung nochmals geprüft und dann die Anordnung zum Erreichen der Ruhelage einige Tage lang sich selbst überlassen, worauf mit den eigentlichen Versuchen begonnen werden konnte.

Ein Gehilfe belastete auf Zuruf möglichst rasch den Faden, während der Beobachter auf dem Streifen eines Chronographen den Beginn der Skalenbewegung und weiterhin, sobald die Bewegung langsam genug war,[6]) um Beobachtungen zu gestatten, den Durchgang jedes vollen Teilstriches durch die Marke festhielt. Durch ein kontaktgebendes Sekundenpendel wurden Zeitmarken daneben gedruckt. Nach etwa 2 Min. verlief der Vorgang so langsam, daß es genügte, nach je 15 Sek. abzulesen. Ein Uhrwerk schloß in diesem Tempo je auf kurze Zeit einen Kontakt, wobei ein scharfer Glockenschlag ertönte. Bei einem solchen Schlage wurde also die Skala abgelesen, zugleich auf „Halt“ vom Gehilfen der Chronograph arretiert und überdies eine Endmarke gedruckt. Mit jedem weiteren Glockenschlage wurde abgelesen, bis zwischen zwei Ablesungen nur noch 0,01 bis 0,02 mm lagen, worauf die Beobachtungen in immer größeren

---

[6]) Die Belastungsänderung selbst vollzog sich in merklich kürzerer Zeit, als bis zur ersten möglichen Beobachtung der Teilstrichdurchgänge verfloß.

Intervallen (30 Sek. und so fort) erfolgten. Betrugen die Zwischenpausen schließlich mehr als 1 Min., so wurden sie mit der Taschenuhr bestimmt. Nach 2—3 Stunden ergaben sich Intervalle von 10 Min., und die Beobachtung wurde eingestellt. Bei den allerersten Versuchen war der Chronograph leider noch nicht in Tätigkeit.

Ganz analog gestalteten sich die Entlastungsbeobachtungen.

Der für die einzelnen Versuche beabsichtigte Druck wurde jeweils mindestens $^1/_2$ Stunde vor Beginn hergestellt und scharf darauf gesehen, ihn dauernd einzuhalten. Temperaturablesungen erfolgten etwa viertelstündlich.

Angestrebt wurde, möglichst je 24 Stunden nach einer Belastung zu entlasten und umgekehrt. Doch glückte dies nicht immer, da durch ungenaues Bedienen der Belastungsvorrichtung, Stöße an den Apparat hierbei, Versagen der Chronographenschreiber, auch mehrfach durch Undichtwerden oder Reißen von Lötstellen an der Druckleitung usw. eine ganze Anzahl Versuche mißlangen. Es wird daher später bei den Versuchen jeweils anzugeben sein, welchen Vorbedingungen sie unterlagen.

Einfluß des Druckes auf den Elastizitätsmodul beim Kautschuk.

Bei Druckänderungen traten erhebliche gegenseitige Verschiebungen von Skala und Marke ein. Ursache konnten Dichte-, also Auftriebsänderungen, Längenänderungen durch Kompression, Wärmeeinflüsse und Änderung des Elastizitätsmoduls sein.

Um die Erscheinung klarzulegen, wurde die Ruhelage der Einstellung bezw. ihre äußerst geringe, für die Beobachtungsdauer lineare, zeitliche Änderung (völlige Ruhe war nie vorhanden) bei konstanter Temperatur und gleichbleibendem Druck einige Stunden lang beobachtet, der Druck stark geändert, die neue Einstellung in kurzen Intervallen abgelesen. Zunächst machten sich, abgesehen von der beträchtlichen sofortigen Verschiebung, die Temperaturänderungen stark bemerkbar. Für Kautschuk und das Druckmittel liegen sie in entgegengesetzten

Richtungen, also muß eine Umkehr der Bewegung eintreten, wenn der Kautschuk die Temperatur des Wassers annimmt. Die Zylinderwand erfährt die umgekehrte Änderung wie das Druckmittel, demnach erfolgt ein weiterer Wechsel der Richtung, sobald sich deren Einwirkung geltend macht. Nach etwa $^1/_2$ Stunde war alles soweit abgeklungen, daß ungefähr dieselbe Wanderung wie vor der Druckänderung eintrat. Diese wurde wieder einige Zeit verfolgt, dann der alte Druck hergestellt und unter weiteren Ablesungen gewartet, bis sich stationäre Verhältnisse herausgebildet und längere Zeit bestanden hatten. Durch Interpolation ließ sich nun die Ruhelage gewinnen, die das System unter den alten Druckverhältnissen zu der Zeit gehabt hätte, zu der unter geändertem Druck die relative Ruhelage bestimmt war. In einem Falle wurde das Verfahren stufenweise bei je 100 atm Druckänderung durchgeführt, im übrigen für jedes Material mehrfach zwischen den Grenzen 0 und 300 atm bezw. 500 atm für den schwach wie für den stark belasteten Faden angewendet.

Schließlich wurde einmal bei 0 atm, während die Nachwirkungsreste sehr gering waren und scheinbar proportional der Zeit sich änderten, die Temperatur im Laufe einiger Stunden um etwa 4° erhöht, um Anhalt für etwaige Temperaturkorrektionen auf das Gesamtsystem zu gewinnen.

Durch das obige Verfahren wurde eine Längenänderung durch Druck ermittelt, die das Resultat verschiedener gleichzeitig auftretender Vorgänge darstellt. Die zeitliche Änderung und der Einfluß vorübergehender Temperaturschwankungen sind bereits durch die Art der Beobachtung eliminiert. Stetiger Temperaturgang bringt Längenänderungen, Auftriebsänderungen und Variation des Elastizitätsmoduls hervor. Überschlagsrechnungen zeigten, daß sie sich teilweise aufheben. Die Daten einer experimentellen Bestimmung wurden verknüpft nach der Näherungsformel:

$\lambda = \alpha\tau + \beta t$, worin bedeuten:

λ = Längenänderung / Länge,

α = „Temperaturkoeffizient des Gesamtsystems“ ohne Rücksicht darauf, wie er sich einzeln zusammensetzt,

τ = Temperaturänderung,
β = Koeffizient der gleichzeitigen zeitlichen Änderung,
t = Zeitdifferenz.

Mehrfache Bestimmungen nach der Methode der kleinsten Quadrate ließen als Näherungswert für den Wert α erscheinen: $\alpha = -3{,}24 \cdot 10^{-4}$ für $+ 1^0$ C, so daß z. B. für eine Länge von 629 mm durch $\pm 0{,}1^0$ eine Verschiebung von $\mp$ 0,02 mm eintritt. Für diese geringe Korrektion dürfte die genäherte Bestimmung in Rücksicht auf die wirklich vorgekommenen Temperaturänderungen ausreichend erscheinen.

Für die Dimensionsänderungen durch Druck kann man ansetzen, da sowohl Faden und Glasskala als auch das parallel mit ihnen laufende Messinggestell, das die Glasmarke trägt, verkürzt werden:

$$\text{Verschiebung} = p \left\{ l \left(\frac{C_{\text{Messing}}}{3} - \frac{C_{\text{Kautschuk}}}{3} \right) + g \left(\frac{C_{\text{Messing}}}{3} - \frac{C_{\text{Glas}}}{3} \right) \right\}$$

worin: p = Druck in atm,
l = jeweilige Fadenlänge,
g = Länge des Glasmaßstabes von der Armatur bis zum jeweiligen Skalenteil,
C = kubische Kompressibilität des betreffenden Materials.

Nun ist die kubische Kompressibilität des Kautschuks recht klein.[6a]) Nimmt man nach Röntgen[7]) die Poissonsche

---

[6a]) Wollte man versuchen, mit dem von L. Schiller (Ann. d. Phys. 35 S. 964, 1911) gegebenen Werte $\mu = 0{,}499$ für unendlich kleine Dehnungen des Kautschuks den Wert C im vorliegenden Falle zu berechnen, so käme man zu folgendem Ergebnis: Nach Otto Frank (Ann. d. Phys. 21 S. 602, 1906) ergibt sich aus endlichen Dehnungen der Elastizitätsmodul E für unendlich kleine Dehnungen zu:

$$E = \frac{2\mu (P_1 - P_0)}{q_0 \left(1 - \left(\frac{l_0}{l_0 + \lambda} \right)^{2\mu} \right)}$$

worin q_0 und l_0 Querschnitt und Länge des Materials bei der Belastung P_0, λ die Verlängerung bei Steigerung der Belastung auf P_1 bedeuten.

Konstante μ für dieses Material sehr nahe $\frac{1}{2}$ und schätzt C mit Amagat[8]) etwa von der Größenordnung wie bei der Bronze (ca. $1 \cdot 10^{-6}$), so reduziert sich die Korrektion zu:

$$\text{Verschiebung} \quad p \left\{ l \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{3}\right) \cdot 10^{-6} + g \left(\frac{1}{3} - \frac{2}{3}\right) \cdot 10^{-6} \right\}$$

$$= -\frac{1}{3} 10^{-6} \cdot g\, p$$

und beträgt im vorliegenden Falle bei + 300 atm Druckänderung ca. $1 \cdot 10^{-4} \cdot g$ mm.

Ferner wird der Auftrieb der belastenden Teile durch Kompression des Wassers vermehrt, durch Verminderung ihres Volumens verringert. Am bequemsten sind diese Erscheinungen in Rechnung zu setzen, wenn man die scheinbaren Belastungsänderungen feststellt, die aus den Dichteänderungen hervorgehen, und aus dem anderweit angenähert gemessenen Elastizitätsmodul die entstehende Längenänderung berechnet.

Ist V = Volumen des betreffenden Belastungsteils,
Q = Wasserdichte,
p = Druck,

Faden I in meinen Versuchen wog in Luft 1,962 g und hatte unbelastet (zwischen 2 Linealen gemessen) eine Länge von 453,2 mm, im Wasser des Druckzylinders zu Beginn der Versuche, mit Armatur und Skala = 26,55 g belastet, von 477,0 mm; also λ = 23,8 mm. Aus der Dichte 0,951 folgt das Volumen zu 2063 mm³, der mittlere Querschnitt zu 4,55 mm². Mithin

$$E = \frac{2 \cdot 0{,}499 (26{,}55 - 0) \cdot 10^{-3}}{4{,}55 \left\{ 1 - \left(\frac{453{,}2}{477{,}0}\right)^{0{,}998} \right\}} \frac{\text{kg-Gew.}}{\text{mm}^2} = 1{,}169 \cdot 10^{-1} \frac{\text{kg-Gew.}}{\text{mm}^2}$$

Daraus ergäbe sich die kubische Kompressibilität zu

$$C = \frac{3(1-2\mu)}{1{,}169 \cdot 10^{-1}} \cdot \frac{\text{mm}^2}{\text{kg-Gew.}} = 5{,}14 \cdot 10^{-2} \frac{\text{mm}^2}{\text{kg-Gew.}} = 5{,}3 \cdot 10^{-4} \text{ atm}^{-1}$$

und durch 300 atm eine lineare Verkürzung von $\frac{5{,}3}{3} \cdot 10^{-4} \cdot 3 \cdot 10^2 = 5{,}3\,\%$ der Anfangslänge. Eine derartige Änderung stimmt durchaus nicht mit der Erfahrung.

[7]) W. C. Röntgen, Pogg. Ann. 159 S. 601 ff. 1876.

[8]) E. H. Amagat, Ann. de chim. et phys. (6) 22 1891 S. 95 ff., C. R. 99, 130 ff. 1884.

so gilt

$$\text{Auftriebsänderung} = -(V_0 Q_0 - V_p Q_p) = -V_0 Q_0 \left(1 - \frac{V_p}{V_0} \cdot \frac{Q_p}{Q_0}\right)$$

$$= -V_0 Q_0 \left\{1 - \frac{(1 - p \cdot C_{\text{Material}})}{(1 - p\ C_{\text{Wasser}})}\right\}$$

oder nach kleiner Umformung, da die $C \ll 1$, $Q_0 \sim 1$

$$\text{Auftriebsänderung} = V_0 \cdot p \cdot (C_{\text{Wasser}} - C_{\text{Material}}).$$

Die einzelnen belastenden Teile waren nun:

1. Der untersuchte Faden selbst mit der Hälfte seines Gewichts ca. $\frac{1{,}8}{2}$ g, seine Dichte, durch Zusammenwägen mit Quarz bestimmt, von 0,95 ergibt $V \sim 0{,}95$ ccm; $C \sim 1 \cdot 10^{-6}$.

2. Armatur und Skala: Gewicht: 36,06 g, mittlere Dichte (durch Versuch bestimmt) 3,78; $V \sim 9{,}55$ ccm; $C \sim 1{,}8 \cdot 10^{-6}$.

3. Zusatzgewicht: 104,19 g; Dichte (durch Versuch bestimmt) 10,69, $V \sim 9{,}75$ ccm; $C \sim 2{,}4 \cdot 10^{-6}$ (in der Hauptsache aus Blei bestehend).

Daraus folgt die Gesamtänderung des Auftriebs durch + 300 atm

$$300 \cdot 10^{-6} \cdot (0{,}95(44 - 1) + 9{,}55\ (44 - 1{,}8) + 9{,}75\ (44 - 2{,}4))$$

$$= 300 \cdot 10^{-6} \quad (41 \quad + 402 \quad + 406) =$$

$300 \cdot 443 \cdot 10^{-6} = 13{,}3 \cdot 10^{-2} = 0{,}133$ g-Gew. ohne Zusatzgewicht

$300 \cdot 849 \cdot 10^{-6} = 25{,}5 \cdot 10^{-2} = 0{,}255$ „ mit „

Für die beiden Fäden entspricht dies, da ein Faden durch Steigerung der Belastung von 25 auf 30 g von 135,7 auf 137,4 mm

„ 100 „ 105 „ „ 163,5 „ 166 „

gedehnt wurde, einer Längenänderung von:

$$-1{,}7 \cdot \frac{1}{136} \cdot \frac{0{,}133}{5} = -3{,}32 \cdot 10^{-4} \cdot l$$

bezw.

$$-2{,}5 \cdot \frac{1}{165{,}5} \cdot \frac{0{,}255}{5} = -7{,}70 \cdot 10^{-4}\, l.$$

Für den Schlauch stehen Messungen in so engen Grenzen nicht zur Verfügung. In weiteren Grenzen dehnte die Zusatz-

belastung von 94,5 g einen Faden von 480 mm um 157,6 mm, also wäre die Korrektion genähert:

$$-157{,}6 \cdot \frac{1}{480} \cdot \frac{0{,}133}{94{,}5} = -4{,}62 \cdot 10^{-4} \cdot 1$$

bezw.

$$-157{,}6 \cdot \frac{1}{480} \cdot \frac{0{,}255}{94{,}5} = -8{,}86 \cdot 10^{-4} \cdot 1 .$$

Insgesamt wären demnach zu erwarten:

1. Eine Korrektion von $-3{,}24 \cdot 10^{-4} \cdot 1$ für $+1^{0}$ C Änderung.
2. Für + 300 atm Druckänderung:

$$\text{Kürzung } K = +1 \cdot 10^{-4} \cdot g + \left.\begin{matrix} 3{,}32 \\ 7{,}70 \\ 4{,}62 \\ 8{,}86 \end{matrix}\right\} \cdot 10^{-4} \cdot 1 \quad \begin{matrix} \} \text{ Faden I, II} \\ \\ \} \text{ Schlauch} \end{matrix}$$

Diese Änderung werde beim schwach belasteten Material K_1, beim stark belasteten (mit Zusatzgewicht) K_2 genannt. Dagegen sei beobachtet A_1 bezw. A_2. Dann wäre $(A_1 - K_1)$ bezw. $(A_2 - K_2)$ veranlaßt durch Änderung des Elastizitätsmoduls E.

Sei nun λ_1 die Verlängerung, die der unbelastete Faden l_0 durch die belastenden Teile ohne Zusatzgewicht = D erfahren hat, λ_2 diejenige, die nach dessen Hinzufügung vorhanden ist, beide Werte bei 0 atm gemessen, also $\lambda_1 = \frac{l_0 D}{E_m q}$; $\lambda_2 = \frac{l_0 (D + P)}{E_m q}$, λ_1', λ_2' die entsprechenden bei 300 atm, so können wir für die Verlängerung durch das Zusatzgewicht P setzen:

$$\lambda_2 - \lambda_1 = \frac{l_0 \cdot P}{E_m q}; \quad \lambda_2' - \lambda_1' = \frac{l_0' \cdot P'}{E_m' \cdot q'} .$$

Vernachlässigt ist hierbei, daß die „mittleren E" $= E_m$ mit steigender Belastung etwas sinken.

Indessen darf gelten: $P = P'$, da ja die Auftriebsänderung eliminiert ist: $q = q'$, da die Kompressibilität sehr klein ist; $l_0 = l_0'$ aus gleichem Grunde.

Dann ist:

$$(\lambda_2 - \lambda_1) : (\lambda_2' - \lambda_1') = E_m' : E_m$$
$$(\lambda_2 - \lambda_1 - \lambda_2' + \lambda_1') : (\lambda_2' - \lambda_1') = (E_m' - E_m) : E_m$$
$$\underbrace{(\lambda_2 - \lambda_2')} - \underbrace{(\lambda_1 - \lambda_1')} : (\lambda_2' - \lambda_1') = (E_m' - E_m) : E_m$$
$$\{\underbrace{(A_2 - K_2)} - \underbrace{(A_1 - K_1)}\} : (\lambda_2' - \lambda_1') = (E_m' - E_m) : E_m.$$

Mithin:

$$\frac{(A_2 - K_2) - (A_1 - K_1)}{\lambda_2' - \lambda_1'} = \frac{E_m' - E_m}{E_m} = \text{relative Änderung durch}$$

300 atm, die ein für das eingeschlossene Belastungsgebiet mittlerer Wert des Elastizitätsmoduls E erfährt.

Im Zähler steht hierbei die Differenz der Skalenverschiebung, die durch 300 atm einmal mit, einmal ohne Zusatzgewicht eintritt, nach Abzug der Anteile, die nicht durch Änderung von E bedingt sind. Der Nenner ist die Gesamtdehnung, die unter Druck durch Auflegen des Zusatzgewichtes eintritt, also identisch mit dem später zu bestimmenden Werte $C_{300\text{ atm}}$. Da dieses C von Versuch zu Versuch variiert, ist Bedacht zu nehmen, die Zahlenwerte so zu kombinieren, daß möglichst Bestimmungen in der zeitlichen Aufeinanderfolge: $(A_2 - K_2)$; $C_{300\text{ atm}}$; $(A_1 - K_1)$ oder umgekehrt zur Berechnung von $\frac{E' - E}{E}$ vereinigt werden, oder daß Mittelwerte benutzt werden, deren Einzelwerte aus Beobachtungen gewonnen sind, die möglichst über die ganze Dauer der Versuchsreihen verteilt waren.

Als Zahlenwerte für $\frac{E' - E}{E}$ ergeben sich für:

$$\left.\begin{array}{ll} \text{Faden I:} & + \dfrac{(3{,}81 - 0{,}49) - (2{,}12 - 0{,}22)}{152{,}9} = +9{,}3 \cdot 10^{-3} \\ \text{Faden II:} & + \dfrac{(3{,}755 - 0{,}49) - (2{,}235 - 0{,}18)}{152} = +8{,}0 \cdot 10^{-3} \\ \text{Schlauch:} & + \dfrac{(3{,}41 - 0{,}55) - (2{,}24 - 0{,}26)}{96{,}3} = +9{,}1 \cdot 10^{-3} \end{array}\right| \begin{array}{l} \text{durch} \\ + \\ 300 \\ \text{atm} \end{array}$$

Beobachtungen bei Zwischendrucken ließen keine Abweichungen von der Proportionalität erkennen, die die Beobachtungsfehler überschritten hätten.

Dagegen ergaben sich Differenzen bis 0,21 mm, je nachdem die Längenveränderungen bei steigendem oder fallendem Drucke bestimmt wurden. Beim schwach belasteten Faden äußerte sich die noch vorhandene Nachwirkung in Verkürzung, in gleichem Sinne wirkte der Druck. Daraus folgte, daß steigender Druck die Bewegung des Fadenendes nach seiner neuen Ruhelage förderte, beim darauffolgenden Entspannen nur eine Verlängerung von dem inzwischen erreichten Punkte aus eintrat. Beim stark belasteten Faden, der infolge Nachwirkung in Verlängerung begriffen war, mußte natürlich die Erscheinung umgekehrt sein. Die oben dargelegte Art der Beobachtung ergab von selbst einen Mittelwert.

Wasseraufnahme durch den Kautschuk scheint nicht hereinzuspielen. Einmal war äußerlich nichts von einer Aufschwemmung, wie etwa durch Öl, zu erkennen, wenn nach längerer Zeit der Kautschuk aus dem Wasser genommen wurde. Andererseits ergaben, allerdings rohe, Vorversuche in Luft durch Berechnung bei einer Belastungssteigerung von 26,55 auf 121 g, wie dies den Verhältnissen im Zylinder entspricht, eine Längenänderung von 29,6% ± ca. 1%, während Belastungsänderung in den gleichen Grenzen im Wasser bei drei über die ganze Beobachtungsperiode verteilten Versuchen die Länge innerhalb 3 min. um 29,58%, 29,63%, 29,57% steigerte.

Messungen der Nachwirkung beim Kautschuk.

Um einen allgemeinen Überblick zu gewinnen, wurden die Daten eines jeden Versuchs zunächst graphisch aufgetragen, die Zeit seit Beginn der Belastungsänderung als Abszisse, die zugehörige Fadenlänge als Ordinate gewählt. Maßstab für die Ordinate war in allen Fällen 1 mm Papier für 0,02 mm des Versuchs. Die Beobachtungsgenauigkeit wurde so durch die Zeichnung nicht verringert. Für die Abszisse galt für die ersten Minuten 1 mm Papier = 1 sec, für den ferneren Verlauf 1 mm Papier = 15 sec. Allerdings wiesen die Form der Kurve wie Kohlrauschs Gesetz darauf hin, die Zeit logarithmisch aufzutragen. Für die Beobachtungen an Faden I wurde dies auch

noch besonders nachgeholt. Indessen war der Beginn jedes Versuchs nicht genau definiert, da vom Augenblick der ersten Bewegung der Skala an bis zum völligen Aufheben oder Aufsetzen des Belastungsgewichts mehrere Sekunden verstrichen. Infolge dieser Unsicherheit wäre der Nullpunkt voraussichtlich unrichtig gewählt worden, und es hätte sich mindestens im Anfang eine Gestalt der Kurve ergeben, deren Charakter nicht im Wesen der Sache selbst begründet gewesen wäre. In der Tat zeigten auch die so gezeichneten Kurven im Anfang ganz verschiedene Krümmungen.

Dagegen konnte diesem Umstande bei der gewählten Art der Darstellung durch eine einfache Koordinatenverschiebung Rechnung getragen werden, und es gab die Kurventangente ohne weiteres ein Maß für die Geschwindigkeit der Längenänderung in jedem Zeitpunkte. Verwertet wurde diese Eigenschaft wie folgt:

Um bestimmte, in der Abszisse immer weiter auseinanderliegende Punkte wurden, von 60 sec angefangen, für alle Kurven gleichmäßig, Kreise geschlagen, deren Radius so gewählt war, daß innerhalb des eingeschlossenen Kurvenstücks die Verbindungslinie der Schnittpunkte des Kreises mit der Kurve als genähert parallel der Kurventangente im Kreismittelpunkte gelten konnte, ohne daß andererseits die Schnittpunkte einander so nahe rückten, daß das Anlegen eines scharfkantigen Lineals praktisch nur ungenau hätte geschehen können. Mit dem Transporteur unter Zuhilfenahme einer Lupe ließen sich so die genäherten Tangentenrichtungen auf etwa $\pm$ 0,1" messen und daraus unter Berücksichtigung der gewählten Maßstabseinheiten die zeitlichen Längenänderungen $\frac{\Delta l}{\Delta t}$ für diese Punkte berechnen. Um die so gewonnenen Größen für die verschiedenen Kurven vergleichbar zu machen, war zu beachten, daß von Versuch zu Versuch verschiedene Fadenlängen vorlagen. Deshalb wurden die spezifischen Änderungen $\frac{1}{l} \cdot \frac{\Delta l}{\Delta t}$ berechnet und jetzt erst die Gegenüberstellungen vorgenommen.

Ausschnitt aus der graphischen Darstellung
der Entlastungen an Faden I
30
29
28
27
26
25
→ Skalenteile (½ mm Papier = 0,02 mm der Skala)
50
100
150
200
300 atm
→ Zeit seit Beginn der Entlastung (½ mm Papier = 1 sec.)
17/7
1908
0 atm
17/7
1908

Faden I.

Belastungen, spezifische Änderung pro Sekunde.

Juli 1908.

Zeit seit Beginn in Sek.	0 atm.				300 atm.			
	16. 7.	23. 7.	29. 7.	Mittel	Mittel	18. 7.	24. 7.	27. 7.
	$\cdot 10^{-6}$	$\cdot 10^{-6}$	$\cdot 10^{-6}$	$\cdot 10^{-6}$	$\cdot 10^{-6}$	$\cdot 10^{-6}$	$\cdot 10^{-6}$	$\cdot 10^{-6}$
30	129,7 [1]	131,4	121,3	127,5	148,8	—	148,3	149,4
60	70,9	61,8	60,0	64,2	70,9	79,5	68,8	64,5
75	52,8	49,7	51,2	51,2	55,4	61,8	54,0	50,3
105	33,1	33,6	29,9	32,2	38,4	39,3	38,3	37,7
150	22,7	23,0	21,6	22,4	27,4	28,5	26,4	27,2
195	16,9	17,3	17,3	17,2	19,5	19,4	20,0	19,1
240	14,12	13,83	13,04	13,7	15,4	16,3	15,3	14,6
330	9,58	9,59	9,14	9,44	10,41	10,79	10,49	9,96
450	7,27	6,65	6,60	6,84	7,29	7,26	7,48	7,14
600	5,14	4,95	4,72	4,94	5,58	5,47	5,39	5,89
810	3,56	3,53	3,56	3,55	3,90	3,89	3,83	3,97
1080	2,33	2,71	2,46	2,50	2,90	3,08	2,89	2,73
1440	1,91	1,90	1,83	1,88	2,15	2,17	2,14	2,13
1920	1,61	1,45	1,41	1,49	1,51	1,47	1,53	1,54
2580	1,122	1,054	1,005	1,06	1,14	1,178	1,158	1,098
3300	0,858	0,807	0,790	0,818	0,914	0,909	0,899	0,933
4560	—	0,563	0,572	0,567	0,620	0,688	0,598 [1]	0,574 [1]
6000	—	0,494 [1]	0,435	0,464	0,536	0,547 [1]	0,531 [1]	0,529 [1]
Temp.	21,3°	19,2°–19,4°	21,5°–21,6°			20,1°–20,2°	20,0°	20,4°

[1]) Kurve für diese Werte teilweise interpoliert oder extrapoliert.

Relative Längenänderung während der ersten 30 Sekunden.

$\frac{l_{30} - l_0}{l_0}$	0,2840	0,2854	0,2847	0,2847	0,2772	0,2764	0,2782	0,2770

Faden I.

Entlastungen, spezifische Änderung pro Sekunde.

Juli 1908.

Zeit seit Beginn in Sek.	0 atm.				300 atm.			
	14. 7.	20. 7.	30. 7.	Mittel	Mittel	17. 7.	25. 7.	28. 7.
	$(-1)\cdot 10^{-6}$	$(-1)\cdot 10^{-6}$	$(-1)\cdot 10^{-6}$	$(-1)\cdot 10^{-6}$	$(-1)\cdot 10^{-6}$	$(-1)\cdot 10^{-6}$	$(-1)\cdot 10^{-6}$	$(-1)\cdot 10^{-6}$
30	124,5	125,2	116,5	122,1	147	—	156,3	137,6
60	60,6	59,4	48,2	56,1	62,5	62,7	—	62,2
75	43,9	42,2	36,5	40,9	47,1	46,2	45,3	49,8
105	31,8	30,4	27,5	29,9	32,6	34,9	32,6	30,3
150	19,6	19,5	16,8	18,6	20,5	21,2	21,0	19,15
195	14,27	15,33	13,10	14,2	17,1	17,2	17,93	16,17
240	11,92	11,93	11,42	11,76	13,29	12,35	13,45	14,07
330	7,53	8,40	7,56	7,83	9,17	9,86	—	8,48
450	5,68	5,86	5,44	5,66	6,17	6,18	6,11	6,22
600	4,15	4,20	3,89	4,08	4,71	4,62	4,74	4,78
810	2,84	3,03	2,68	2,85	3,33	3,43	3,40	3,17
1080	2,25	2,33	2,03	2,20	2,43	2,43	—	—
1440	—	1,65	1,59	1,62	1,86	1,80	—	1,73
1920	—	1,270	1,092	1,18	1,308	1,309	1,307	—
2580	—	0,826	0,842	0,834	0,913	0,884	0,936	0,920
3300	—	0,709	0,649	0,679	0,733	0,748	0,723	0,729
4560	—	0,466	0,450	0,458	0,492	0,486	0,498	—
6000	—	0,374	0,263	?	—	—	—	—
Temp.	22,4°	19,8°	21,5°	—	—	21,2°	19,1°	20,7°
Belastungsdauer	23,85 h	47.15 h	20,02 h	—	—	23,22 h	17,83 h	19,68 h

14. 7.: Versuch vorzeitig abgebrochen; 25. und 28. 7.: stellenweise Klopfen nötig, daher Kurvenverlauf an diesen Punkten unbestimmt.

$-\frac{l_{30}-l_0}{l_0}$	0,2233	0,2249	0,2255	0,2246	0,2208	0,2204	0,2211	0,2209

Faden II.

Belastungen, spezifische Änderungen pro Sekunde.

Februar 1909.

Zeit seit Beginn in Sek.	0 atm.			300 atm.		
	5. 2.	13. 2.	Mittel	Mittel	11. 2.	18. 2.
	$\cdot 10^{-6}$	Beim Belasten anscheinend Zylinder aus der Justierung gebracht; der Verlauf ist stark unregelmäßig; Verwertung zu Messungen daher zwecklos.	$\cdot 10^{-6}$	$\cdot 10^{-6}$	$\cdot 10^{-6}$	$\cdot 10^{-6}$
60	60,3		60,3	71,7	66,4	77,0
75	46,5		46,5	59,4	54,5	64,3
105	27,8		27,8	29,44	—	29,44
150	21,7		21,7	21,1	—	21,1
195	14,4		14,4	16,2	15,4	17,1
240	11,9		11,9	12,9	13,8	12,0
330	8,77		8,77	8,42	8.84	7,99
450	5,92		5,92	5,98	—	5,98
600	4,53		4,53	4,79	4,79	—
810	3,26		3,26	3,73	3,73	—
1080	2,30		2,30	2,65	2,65	—
1440	1,78		1,78	1,81	1,81	—
1920	1,25		1,25	1,42	1,43	1,41
2580	0,95		0,95	1,16	—	1,16
3300	0,716		0,716	0,766	—	0,766
4560	0,456		0,456	0,526	0,526	—
6000	0,377		0,377	0,436	0,436	—
Temp.	21,2°—21,3°	18,1°—18,3°	—	—	18,8°	19,6°—19,8°

Bei Versuchen vom 11. und 18. war stellenweise starkes Klopfen nötig. Der Kurvenverlauf ist daher an diesen Punkten so unsicher, daß sie für die Messung ausscheiden.

$\frac{l_{30}-l_0}{l_0}$	0,2789	0,2793	0,2791	0,2742	0,2751	0,2733

Faden II.

Entlastungen, spezifische Änderung pro Sekunde.

Februar 1909.

Zeit seit Beginn in Sekunden	0 atm.			300 atm.		
	16. 2.	17. 2.	Mittel	Mittel	6. 2.	12. 2.
	$(-1)\cdot 10^{-6}$	$(-1)\cdot 10^{-6}$	$(-1)\cdot 10^{-6}$	$(-1)\cdot 10^{-6}$	$(-1)\cdot 10^{-6}$	$(-1)\cdot 10^{-6}$
30	95,0	98,1	96,5	135	143	126
60	43,1	44,1	43,6	53,2	54,4	51,9
75	35,2	35,2	35,2	39,3	39,0	39,5
105	23,0	25,6	24,3	26,7	26,8	26,6
150	16,27	15,15	15,7	18,6	18,6	—
195	10,88	11,80	11,3	13,7	13,7	—
240	10,16	10,25	10,2	11,0	11,0	—
330	6,90	6,53	6,71	7,30	7,69	6,91
450	4,72	5,07	4,90	5,33	5,63	5,02
600	3,67	3,81	3,74	3,92	—	3,92
810	2,71	2,59	2,65	2,85	—	2,85
1080	1,88	1,93	1,90	2,02	—	2,02
1440	1,373	1,527	1,45	1,57	—	1,57
1920	1,067	1,028	1,047	—	—	—
2580	0,804	0,750	0,777	0,830	0,830	—
3300	0,551	0,620	0,585	0,672	0,693	0,650
4560	0,406	0,434	0,420	0,449	0,469	0,428
6000	—	0,305	0,305	0,337	0,344	0,330
Temp.	19,95°	19,1°—19,4°	—	—	21,0°	18,6°—18,8°
Belastungsdauer	73,13 h	95 h	—	—	22,93 h	23,42 h

Eine Anzahl Werte mußte aus gleichen Gründen wie bei den Belastungen ausfallen.

$-\frac{l_{30}-l_0}{l_0}$	0,2214	0,2217	0,2216	0,2183	0,2180	0,2185

Schlauch.

Belastungen, spezifische Änderung pro Sekunde.

März 1909.

Zeit seit Beginn in Sek.	0 atm.			300 atm.			
	3. 3.	9. 3.	Mittel	Mittel	1. 3.	5. 3.	7. 3.
	$\cdot 10^{-6}$	$\cdot 10^{-6}$	$\cdot 10^{-6}$	$\cdot 10^{-6}$	$\cdot 10^{-6}$	$\cdot 10^{-6}$	$\cdot 10^{-6}$
30	54,7	48,7	51,7	62,8	58,3	63,7	66,4
60	25,6	26,0	25,8	28,2	28,5	27,1	29,1
75	21,4	19,5	20,5	21,6	22,1	20,7	21,9
105	15,0	12,4	13,7	14,8	15,3	14,7	14,3
150	10,35	8,89	9,62	10,47	10,57	10,34	10,51
195	7,18	7,24	7,21	8,05	7,83	7,91	8,42
240	6,24	6,28	6,26	6,50	6,64	6,28	6,58
330	3,89	3,77	3,83	4,88	5,45	4,54	4,66
450	3,20	3,15	3,17	3,78	4,34	3,60	3,40
600	2,46	2,37	2,41	2,64	2,71	2,74	2,47
810	1,73	1,77	1,75	1,91	2,04	1,87	1,83
1080	1,33	1,29	1,31	1,44	1,48	1,35	1,48
1440	1,018	0,968	0,993	1,115	1,15	1,026	1,170
1920	0,751	0,770	0,760	0,800	0,842	0,789	0,768
2580	0,553	0,560	0,557	0,605	0,615	0,609	0,590
3300	0,451	0,439	0,445	0,492	0,527	0,456	0,494
4560	0,341	0,315	0,328	0,352	0,293	0,343	0,320
6000	0,254	0,272	0,263	0,269	0,279	0,272	0,255
Temp.	19,7°—19,8°	19,95°	—	—	19,75°	19,6°—19,7°	19,8°
$\frac{l_{80}-l_0}{l_0}$	0,1576	0,1574	0,1575	0,1536	0,1534	0,1539	0,1534

Schlauch.

Entlastungen, spezifische Änderung pro Sekunde.

März 1909.

Zeit seit Beginn in Sekunden	0 atm.			300 atm.			
	6. 3.	10. 3.	Mittel	Mittel	2. 3.	4. 3.	8. 3.
	$(-1)\cdot 10^{-6}$	$(-1)\cdot 10^{-6}$	$(-1)\cdot 10^{-6}$	$(-1)\cdot 10^{-6}$	$(-1)\cdot 10^{-6}$	$(-1)\cdot 10^{-6}$	$(-1)\cdot 10^{-6}$
30	48,4	48,2	48,3	54,7	55,2	54,1	54,8
60	25,0	24,3	24,7	24,7	25,1	24,2	24,7
75	18,5	19,8	19,2	20,1	20,2	20,1	20,0
105	12,23	13,7	13,0	14,3	14,0	14,7	14,2
150	9,22	9,18	9,20	10,56	10,76	11,47	9,44
195	6,98	6,86	6,92	7,58	7,59	7,69	7,47
240	5,40	5,87	5,64	6,39	6,25	6,39	6,54
330	4,09	4,40	4,25	4,09	3,99	4,07	4,22
450	2,73	2,77	2,75	3,08	3,10	3,05	3,10
600	2,15	2,20	2,18	2,36	2,42	2,38	2,27
810	1,61	1,61	1,61	1,74	1,73	1,76	1,73
1080	1,217	1,222	1,22	1,28	1,27	1,27	1,30
1440	0,926	0,936	0,931	0,960	0,980	0,948	0,952
1920	0,650	0,709	0,680	0,724	0,726	0,751	0,694
2580	0,474	0,454	0,464	0,554	0,547	0,584	0,531
3300	0,408	0,393	0,400	0,409	0,405	0,425	0,396
4560	0,261	0,283	0,272	0,306	0,299	0,324	0,295
6000	0,200	0,208	0,204	0,213	0,197	0,219	0,222
Temp.	19,75°	19,8°	—	—	20,5°	19,9°-20,0°	20,0°
Belastungsdauer	22,93 h	26,38 h	—	—	25,12 h	24,08 h	22,50 h
$-\frac{l_{20}-l_0}{l_0}$	0,1363	0,1361	0,1362	0,1342	0,1342	0,1344	0,1340

Es zeigt sich also, daß im untersuchten Gebiete die spezifischen Änderungsgeschwindigkeiten, sofern der freie Ablauf der Erscheinung nicht durch Hemmnisse gestört war, bei 0 atm merklich kleiner sind als die entsprechenden bei 300 atm. Wenn auch den mitgeteilten Worten beträchtliche Unsicherheit anhaftet, die für die ersten Zeiten herrührt aus der Unbestimmtheit des Nullpunktes, gegen Ende der Reihen daher stammt, daß Reste vorangegangener Deformation allmählich vergleichbar mit den neuen Änderungen werden und störend einwirken, überhaupt die Kurve an sich nur mit einer gewissen Ungenauigkeit durch die Beobachtungspunkte gelegt werden kann, so tritt doch der Unterschied durch den Druckeinfluß in allen Fällen klar hervor.

Dagegen ist die relative Gesamtänderung während der ersten 30 sec bei 0 atm, wieder in allen Fällen übereinstimmend, größer als bei einem Druck von 300 atm.

Beide Resultate zusammen lassen darauf schließen, daß sofort nach einer Belastungsänderung bei geringem Drucke ein größerer Teil der Deformation eintritt als bei höherem Drucke, sicher teilweise dadurch bedingt, daß von den S. 13 definierten Größen $A_2 > A_1$, daß aber der Rest der Änderung sich unter höherem Drucke rascher vollzieht, so daß schließlich nach einer gewissen Zeit die relativen Reste einmal einander gleich werden und bei 0 atm dann langsamer verschwinden als unter hohem Drucke.

Von Interesse war es nun, diese Verhältnisse frei von den durch Änderung der Auftriebsbedingungen und des Elastizitätsmoduls bedingten Störungen, die in den Werten A liegen, hervortreten zu lassen und zu versuchen, sie formelmäßig darzustellen.

Berechnung nach Kohlrauschs Formel.

Bei dieser Untersuchung war darauf Bedacht zu nehmen, die Unbestimmtheit des zeitlichen Nullpunktes zu beseitigen, Nachwirkungsresten aus früheren Deformationen Rechnung zu tragen und womöglich auch die Temperatur, sowie bei den Entlastungen die Dauer der vorangehenden Deformation zu berücksichtigen.

Kohlrausch[14]) benutzt die Formeln:

$$-\frac{ds}{dt} = a\frac{s}{t^n}: \quad s = C \cdot e^{-p t^m}$$

$$(p = \frac{a}{1-n}: \quad m = 1-n).$$

Hierin bedeuten:

s = Abstand von der schließlichen Ruhelage,
t = Zeit seit Beginn der Längenänderung,
C, p, m zu bestimmende Konstanten.

Wir beschränken uns nun darauf, diese Konstanten für die Entlastungsbeobachtungen zu berechnen, und setzen, da die endgültige Ruhelage aus den Beobachtungen nicht direkt zu finden und der Nullpunkt der Zeit unbestimmt ist:

$$l = b \mp s = b \mp C \cdot e^{-p(t+\tau)^m} \quad \begin{matrix} \text{Belastungen} \\ \text{Entlastungen} \end{matrix}$$

Wobei: s, t, C, p, m wie oben,

l = Fadenlänge zur Zeit t,
b = „ nach völligem Ablauf (Ruhelage),
τ = Zeitkorrektion, die für jeden Versuch so zu bestimmen ist, daß $(t+\tau)$ die wahre Zeit seit Versuchsbeginn darstellt gegenüber der willkürlich von der ersten merkbaren Änderung an gerechneter Zeit t.

Hier muß ein Punkt erwähnt werden. Unterscheidet man zwischen sofort eintretender Änderung und anschließender Nachwirkung, so stellt die Größe C einen Bruchteil der schließlichen Gesamtänderung dar, und die Formel gilt nicht für t = 0. Im vorliegenden Falle war jedoch infolge der ziemlich langsamen Belastungsänderung von plötzlicher Deformation ohnehin nicht zu sprechen, vielmehr waren etwaige „elastische Deformationen" und „Nachwirkungen" unentwirrbar so vermengt, daß im Anschluß an eine Vermutung Kohlrauschs[15]) der Versuch unternommen

[14]) Fr. Kohlrausch l. c.

[15]) Fr. Kohlrausch, Pogg. Ann. 158 S. 364; 1876: „... zweifelhaft, ob für Kautschuk überhaupt plötzliche und nachwirkende Formänderung unterscheidbar..."

wurde, die gesamte Änderung wie eine Nachwirkung zu behandeln und den Elastizitätsmodul durchaus als Funktion der Beanspruchungsdauer zu betrachten.

Dann ist:

$$l_{t=0} = b + C; \quad C = l_{t=0} - b.$$

Es wird sich zeigen, daß unter dieser Annahme die Darstellung der Versuche befriedigend möglich ist.

Die Größe b (Endlänge) ist natürlich von Versuch zu Versuch verschieden und ändert sich auch während desselben unter dem Einfluß der vorangegangenen Deformationen.

Um nun aber im speziellen Falle die Konstanten der Formel zu finden, schätzt man zunächst den Wert eines mittleren b für den vorliegenden Versuch. Einen Anhalt gibt die Fadenlänge nach einem längeren Zeitraum (z. B. 24 Stunden).

Dann erhält man für ein beliebiges t den Abstand von dieser Endlage als: $s = l_t - b$.

Aus $s = C\, e^{-p\, t^m}$ folgt:

$$\frac{s_1}{s_2} = e^{p\left(t_1^m - t_1^m\right)}; \quad \log s_1 - \log s_2 = p \log e\, (t_2^m - t_1^m)$$

Nun setze man:

$$\frac{\log s_1 - \log s_2}{\log s_1 - \log s_3} = \frac{t_2^m - t_1^m}{t_3^m - t_1^m} = A$$

und wähle 3 Werte t so, daß $a^2 t_1 = a\, t_2 = t_3$.

Dann gilt:

$$A = \frac{a^m t_1^m - t_1^m}{a^{2m} t_1^m - t_1^m} = \frac{a^m - 1}{a^{2m} - 1}; \quad \text{setze } a^m = x.$$

Mithin:

$$A = \frac{x-1}{x^2-1} = \frac{1}{x+1}; \quad x = \frac{1-A}{A}; \quad \underline{m = \frac{\log \frac{1-A}{A}}{\log a}}$$

Mit Hilfe dieses Wertes m findet sich:

$$p \log e = \frac{\log s_1 - \log s_3}{t_3^m - t_1^m} \text{ und hieraus}$$

$$\underline{\text{I)} \quad \log C = \log s_2 + \frac{\log s_1 - \log s_3}{t_3^m - t_1^m} \cdot t_2^m}$$

Andrerseits sollte gelten:

II) $C = l_o - b$

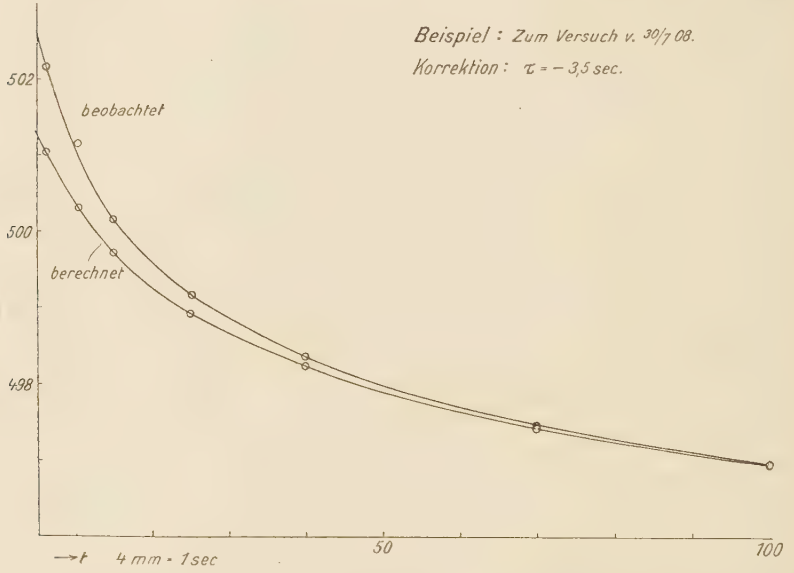
Bei passender Wahl von b müssen die aus I und II bestimmten Werte C_I und C_{II} übereinstimmen. Meist wird dies zunächst nicht entfernt zutreffen. Man wiederholt dann die Rechnung unter Annahme eines vom bisherigen etwa um eine Einheit verschiedenen b und trägt graphisch zu den Abszissen b die zugehörigen Werte C_I bezw. C_{II} als Ordinaten auf. Der Schnittpunkt der Geraden durch die C_I mit der durch die C_{II} bestimmt schon ziemlich gut ein passendes b. Durch neue Rechnung und Zeichnung läßt sich die Gestalt der (C_I, b) - Kurve in diesem Gebiet nun leicht ermitteln und nun ein Wert b interpolieren, der die Gleichungen I und II beliebig genau erfüllbar macht.

Zur praktischen Ausführung ist natürlich zu beachten, daß man sehr kleine Werte t nicht heranziehen darf, weil sie voraussichtlich relativ stark unsicher sind, auch nicht sehr große t, da die zugehörigen Längen l durch alte Nachwirkungsreste schon merklich beeinflußt sein können. Andererseits müssen die drei gewählten Punkte möglichst weit auseinander liegen, damit die Differenzen der Werte log s nicht zu klein und ungenau werden.

Hat man sich nunmehr Näherungen für b, C, m und p verschafft, so berechnet man für eine Anzahl Werte t im Bereiche der ersten hundert Sekunden das zugehörige l gemäß $l = b + Ce^{-pt^m}$ und zeichnet darnach die Kurve (t, l) neben die aus den Beobachtungsdaten gewonnene. Im Anfang werden die beiden Kurven meist erhebliche Abweichung zeigen und sich im weiteren Verlaufe einander immer mehr nähern. Dadurch ergibt sich direkt ein Anhalt für die erste Näherung der Zeitkorrektion τ.

Mit den gesamten für den betreffenden Versuch gewonnenen Näherungswerten berechnet man jetzt für eine größere Anzahl (benutzt wurden meist 12 bis 18) Zeitpunkte, über den ganzen beobachteten Verlauf in der Ordinate möglichst gleichmäßig verteilt, die zugehörige Fadenlänge $l_{ber.}$ und vergleicht die Resultate mit den direkt beobachteten Längen $l_{beob.}$, die vorher folgenden Korrektionen zu unterwerfen sind.

1. Alle beobachteten Punkte, jeweils über 100 bis 200, zur Rechnung heranzuziehen, hätte die Arbeit ungemein vermehrt, ohne die Genauigkeit wesentlich zu erhöhen, da sie zum Teil so dicht lagen, daß für eine kleinere Punktfolge beinahe Proportionalität der Längenänderung mit der Zeit zu bestehen schien. Deshalb wurden nicht die am speziellen Punkte selbst beobachteten Werte eingeführt, sondern aus der graphischen Darstellung aller Werte wurde die für die betreffende Zeit



wahrscheinlichste Länge abgelesen. Nötigenfalls wurde das betreffende Kurvenstück erst nochmals in größerem Maßstabe gezeichnet, um eine Anzahl vor- und zurückliegender Punkte besser mitverwerten zu können.

2. Punkte, bei denen grobe Unregelmäßigkeiten ganz offensichtlich waren, schieden aus.

3. Temperaturschwankungen während eines Versuchs waren gemäß den getroffenen Vorkehrungen (S. 5) so gering, daß auf sie keine Rücksicht genommen zu werden brauchte. Die etwas voneinander abweichenden Temperaturen verschiedener Versuchstage werden sich möglicherweise in den gewonnenen

Konstantenwerten bemerkbar machen, haben aber für die Berechnung des Einzelversuchs zunächst keine Bedeutung.

4. Da Temperaturschwankungen für den Einzelversuch praktisch wegfielen, konnten auch Auftriebs- und Längenänderungen während eines Versuchs als ausgeschlossen gelten. Abweichungen hierin bei verschiedenen Versuchen, durch Temperatur- und Druckunterschiede verursacht, sowie Verschiedenheit des Elastizitätsmoduls bei verschiedenen Drucken lassen sich als verschiedene spezifische Belastung auffassen, können also nach Kohlrauschs Untersuchungen wohl die Größe der Nachwirkung (hier = Gesamtänderung), nicht aber die Art des Verlaufes beeinflussen; vielmehr müßte eine graphische Darstellung der zeitlichen Längenänderung für Unterschiede dieser Art ähnliche Kurven ergeben. Mithin sind für verschiedene Versuche abweichende Werte C und b zu erwarten, Korrektionen der beobachteten Daten bedingen diese Punkte nicht.

5. Nachwirkungsrechte aus früheren Versuchen, die sich den untersuchten zeitlichen Änderungen superponieren, waren durch Korrektion zu eliminieren. Hätte man die Nachwirkung unter dem Einflusse einer konstant weiterwirkenden Kraft (Belastungsversuche) behandeln wollen, so hätte die im allgemeinen etwa 24 Stunden zuvor stattgefundene Entlastung noch erhebliche Nachwirkung besessen. Für Entlastungsversuche dagegen war nur die Nachwirkung aus der vorhergehenden Entlastung zu berücksichtigen, die also zwei Tage zurücklag und dann so gering war, daß es genügte, sie für die Dauer eines Versuchs linear anzusetzen.

Der Grund für diese Unsymmetrie von Belastung und Entlastung liegt darin, daß eine Wanderung unter der Wirkung und in der Richtung einer äußeren Kraft mit deren Erlöschen aufhört, während die nun einsetzende, umgekehrt verlaufende Bewegung der Moleküle nach ihrer Ruhelage hin fortdauert, auch wenn neuerdings deformierende Kräfte auftreten. Sie superponiert sich erfahrungsgemäß diesen nahezu und wird höchstens etwas verzögert.

Mithin war der Gesamtbetrag der noch bestehenden alten Nachwirkung zwischen Beginn und Ende eines jeden Versuchs

mit Hilfe der Näherungswerte zu ermitteln und ein dem betreffenden Beobachtungszeitpunkte entsprechender Bruchteil davon der beobachteten Länge hinzuzufügen. Denn diese Reste ließen die jeweilige Länge kleiner werden, als dem vorliegenden Versuche entsprach, und diese wurde so auf eine Länge reduziert, die sich ohne das Bestehen der Restnachwirkung ergeben hätte. Da es sich hierbei um maximal etwa 0,04 mm bei $\pm$ 0,01 mm Ablesefehler handelte, erschien das Verfahren als zulässig. Mehrfach wurde diese Korrektion kontrolliert, nachdem die Konstanten der Formel genauer feststanden, und stellte sich als genügend heraus.

Bildet man jetzt: $r = l_{beob.} - l_{ber.}$, so lassen sich nach dem Näherungsverfahren mittels der Methode der kleinsten Quadrate die vorläufigen Konstantenwerte verbessern.

Dazu ist anzusetzen, da

$$l_{t=0} = b + C, \text{ also } b = l_{t=0} - C$$

$$\underline{l = l_{t=0} - C + C e^{-p(t+\tau)^m}}$$

und zu berechnen:

$$\frac{\partial l}{\partial C} = -1 + e^{-p(t+\tau)^m} = -\left(1 - \frac{s}{c}\right) = I$$

$$\frac{\partial l}{\partial p} = -C e^{-p(t+\tau)^m} (t+\tau)^m = -s (t+\tau)^m = II$$

$$\frac{\partial l}{\partial m} = -C e^{-p(t+\tau)^m} p (t+\tau)^m \ln (t+\tau) = II\, p \ln (t+\tau) = III$$

$$\frac{\partial l}{\partial \tau} = -C e^{-p(t+\tau)^m} p m (t+\tau)^{m-1} = -\frac{s \cdot p m}{(t+\tau)^{1-m}} = IV.$$

Bevor man indessen zur zahlenmäßigen Ausführung, Aufstellung und Auflösung der Normalgleichungen schreitet, ist zu überlegen, ob sämtlichen benutzten Werten gleiches Gewicht beigelegt werden darf.

Beobachtungsdaten sind Länge und Zeit, jene unsicher auf $\lambda = \pm$ 0,01 mm, diese, solange der Chronograph benutzt wurde, auf schätzungsweise $\chi = \pm \frac{1}{5}$ sec, bei Bestimmung nach dem Glockenschlage auf $\chi = \pm \frac{1}{2}$ sec, späterhin auf $\chi = \pm 3$ sec.

Belegt man mit der Gewichtseinheit alle Werte, bei denen $\frac{\partial l}{\partial t} \cdot \chi < \lambda$, so gilt überschlagsweise für Werte mit $\frac{\partial l}{\partial t} \cdot \chi = n\lambda$ $(n > 1)$ das Gewicht $\frac{1}{n} = \frac{\lambda}{\frac{\partial l}{\partial t} \cdot \chi}$.

Zur Durchführung stand eine 2×6 stellige Rechenmaschine „Millionär" zur Verfügung. Es wurden ferner 6 stellige Logarithmen benutzt und die Berechnung der $l_{ber.}$ so eingerichtet, daß sie nach Abstoßung der letzten Stelle etwas genauer als die $l_{beob.}$ waren. Die Mehrarbeit erschien gering gegenüber dem Vorteil, sich so von Abkürzungsfehlern zu befreien und die Beobachtungsgenauigkeit nicht durch Unsicherheit beim Rechnen zu verringern.

Die Differentialquotienten I bis IV wurden auf ca. 1—10% mit dem Rechenschieber ermittelt, ihre Quadrate und Produkte aus Crelles Rechentafeln entnommen.

Zur Auflösung der 4 Normalgleichungen diente wieder die Rechenmaschine; leider mußten hierbei sehr viele Stellen mitgeschleppt werden, da in den Reduktionsstufen durch Subtraktion immer die ersten Stellen wegfielen, so daß andernfalls als Resultat sich Zahlen ergeben hätten, die unter Umständen bis 100% unsicher gewesen wären. Das machte die zahlenmäßige Ausführung natürlich sehr umfänglich und zeitraubend.

Für jeden Versuch mußte das Näherungsverfahren mehrfach wiederholt werden, bis die Reste r auf die Größenordnung der Beobachtungsfehler herabgedrückt waren. Dadurch ergab sich nebenbei eine sichere und einfache Kontrolle für die Werte $l_{ber.}$. Denn offenbar mußten sich die Reste r durch jeden Schritt der Näherung in bestimmter, systematischer Weise ändern. Verglich man also die neuen Reste mit den alten, so mußten die Differenzen zusammengehöriger Paare eine irgendwie regelmäßig verlaufende Reihe bilden. Fand sich eine Unstetigkeit darin, so war stets ein Rechenfehler vorgekommen. Auf diese Weise ließen sich etwaige Fehler sofort auffinden und richtigstellen, ohne daß die ganze Rechenarbeit hätte doppelt geleistet werden müssen.

Beim Faden I wurden nach der dargelegten Methode für die herangezogenen 6 Einzelversuche die Konstanten jeweils von Grund auf bestimmt. Beim Faden II genügte es, da sich gezeigt hatte, daß p und m von Versuch zu Versuch nur wenig variierten, den ganzen Weg nur einmal zu gehen und die hierbei gewonnenen Näherungswerte der Ausgleichung für alle Versuche zugrunde zu legen. Für den Schlauch indessen ergab das Verfahren eine geringere Genauigkeit, da hier die Änderung der Länge wesentlich geringer war, so daß der Ablesefehler relativ viel größer wurde, und weil ferner die Reihen der Werte I, II und III nur wenig zu- oder abnahmen, so daß von einem bestimmten Grade der Annäherung an die Methode der kleinsten Quadrate wohl noch Variation der Konstanten, aber unter Umständen sogar Vergrößerung des Wertes $\sum r^2$ ergab, also keine Verbesserung der Konstanten mehr bedeutete. Dafür lag ein Vorteil darin, daß hier die Versuche lückenlos um fast gleiche Intervalle auseinanderlagen, die Belastungsdauern nahezu gleich waren. Dies erlaubte, nachdem für einen Versuch die Rechnung durchgeführt war, die Werte b und C für andere Tage aus der jeweiligen Anfangslänge zu bestimmen, sobald ihr Verhältnis als genähert gleichbleibend angenommen wurde und seine Änderung durch den Druckeinfluß Berücksichtigung fand. Man konnte dann die Ausgleichung zunächst nur für p, m und τ vornehmen und erst zum Schlusse prüfen, ob das Näherungsverfahren für alle Konstanten noch eine Verringerung von $\sum r^2$ herbeizuführen vermochte.

Zahlenangaben.

Als Beispiel folgen zunächst ausführliche Daten über den Schlußausgleich eines Versuchs, darauf die Reihen für die rechnerisch durchgeführten Versuche und zum Schluß eine Zusammenstellung der dabei ermittelten Konstanten.

Faden II. Entlastung vom 6. 2. 1909.

Näherungswerte: $\tau = -7{,}01$ sec

$m = 0{,}042179$

$p = 2{,}0591$ $\quad p \log e = 0{,}894255$

$C = 152{,}188$ mm $\quad \log C = 2{,}182380$

$b = 478{,}112$ „

$t + \tau = t'$ Sek.	$\log t'$	$m \log t'$	t'^m	$t'^m \, p \log e$	$\log s$	s	$l_{ber.}$	$l_{beob.}$	$r \cdot 10^3$	Gewicht P	$- I \cdot P$	$- II \cdot P$	$- III \cdot P$	$- IV \cdot P$	$r \cdot P$
3,41	0,532 754	0,022 471	1,05 310	0,941 740	1,240 640	17,404	495,516	495,50	— 16	$\frac{1}{9,6}$	0,29	0,6	0,1	16	+ 0,5
6,46	0,810 233	0,034 175	1,08 187	0,967 468	1,214 912	16,402	494,514	494,50	— 14	$\frac{1}{4,83}$	0,41	0,8	0,3	11	+ 0,6
13,10	1,117 27	0,047 125	1,11 462	0,996 755	1,185 625	15,333	493,445	493,44	— 5	$\frac{1}{2,27}$	0,60	1,1	0,6	8	+ 0,3
25,87	1,412 80	0,059 590	1,14 707	1,025 773	1,156 607	14,342	492,454	492,44	— 14	$\frac{1}{1,1}$	0,86	1,6	1,1	5	+ 1,4
50,57	1,703 89	0,071 868	1,17 996	1,055 185	1,127,195	13,403	491,515	491,50	— 15	1	0,91	1,6	1,3	3	+ 1,5
59,32	1,773 20	0,074 792	1,18 793	1,062 312	1,120 068	13,185	491,297	491,28	— 17	$\frac{1}{1,14}$	0,86	1,5	1,2	2	+ 1,6
74,32	1,871 11	0,078 922	1,19 928	1,072 462	1,109 918	12,880	490,992	490,98	— 12	1	0,91	1,6	1,4	2	+ 1,2
104,3	2,018 37	0,085 133	1,21 656	1,087 915	1,094 465	12,430	490,542	490,53	— 12	1	0,92	1,5	1,5	1	+ 1,2
149,3	2,174 12	0,091 702	1,23 510	1,104 494	1,077 886	11,964	490,076	490,07	— 6	1	0,92	1,5	1,5	1	+ 0,6
224,3	2,350 87	0,099 157	1,25 649	1,123 622	1,058 758	11,449	489,561	489,55	— 11	1	0,92	1,5	1,6	1	+ 1,1
344,3	2,536 96	0,107 006	1,27 940	1,144 110	1,038 270	10,921	489,033	489,025	— 8	1	0,93	1,4	1,7	—	+ 0,8
524,3	2,719 60	0,114 710	1,30 230	1,164 588	1,017 792	10,418	488,530	488,53	+ 0	1	0,93	1,4	1,8	—	—
824	2,916 10	0,122 998	1,32 739	1,187 025	0,955 355	9,894	488,006	488,015	+ 9	1	0,93	1,3	1,8	—	— 0,9
1304	3,115 38	0,131 404	1,35 333	1,210 222	0,972 158	9,379	487,491	487,495	+ 4	1	0,94	1,3	1,9	—	— 0,4
2024	3,306 28	0,139 456	1,37 866	1,232 874	0,949 506	8,902	487,014	487,01	— 4	1	0,94	1,2	2,0	—	+ 0,4
2924	3,466 03	0,146 194	1,40 021	1,252 145	0,930 235	8,516	486,628	486,625	— 3	1	0,94	1,2	2,0	—	+ 0,3
5024	3,701 08	0,156 108	1,43 254	1,281 056	0,901 324	7,968	486,080	486,055	— 25	1	0,95	1,2	2,0	—	+ 2,5
7124	3,852 74	0,162 505	1,45 380	1,300 068	0,882 312	7,626	485,738	485,725	— 13	1	0,95	1,1	2,1	—	+ 1,3

Zur Vereinfachung gilt für I, II usw. als Längeneinheit $\frac{1}{100}$ mm.

Normalgleichungen:

13,3373		+ 20,356		+ 23,549		+ 2,728		— 12,075	(= + 47,8953)
—	γ	+ 31,72	$10^3\,\mathfrak{p}$	+ 34,96	$10^4\,\mu$	+ 5,07	10 t	— 19,12	(= + 72,986)
—		—		+ 43,21		+ 2,89		— 20,07	(= + 84,539)
—		—		—		+ 4,86		— 3,70	(= + 11,848)
—		—		—		—		+ 21,72	(= — 33,245)

Die Auflösung ergibt:

Korrektion:	$\gamma = + 11{,}7$	$10^3\,\mathfrak{p} = - 3{,}185$	$10^4\,\mu = - 3{,}271$	$10\,\mathrm{t} = - 0{,}521$
Gewicht derselben	9,978	9,799	10,032	9,701
Mittlerer Fehler der Korrektion:	± 0,26	± 0,26	± 0,26	± 0,26
Mittlerer Fehler einer Beobachtung vom Gewicht 1:	± 0,824	± 0,824	± 0,824	± 0,824

Daraus folgen nach Übergang zu den richtigen Einheiten die neuen Konstantenwerte:

$$\tau = \begin{cases} - 7{,}01 \\ - 0{,}05 \\ \hline 7{,}06\ \mathrm{sec} \\ \pm 3 \end{cases} \quad \mathfrak{m} = \begin{cases} 0{,}042\,179 \\ - 0{,}000\,327 \\ \hline 0{,}041\,852 \\ \pm 3 \end{cases} \quad \mathfrak{p} = \begin{cases} 2{,}05910 \\ - 0{,}00318 \\ \hline 2{,}05592 \\ \pm 3 \end{cases} \quad \mathfrak{l} = \begin{cases} 152{,}188 \\ + 0{,}117 \\ \hline 152{,}305 \\ \pm 3 \\ \mathrm{mm} \end{cases} \quad \mathfrak{b} = \begin{cases} 478{,}112 \\ - 0{,}117 \\ \hline 477{,}995 \\ \pm 3 \\ \mathrm{mm} \end{cases}$$

Mittlerer Fehler der Einzelbeobachtung = ± 0,008 mm, entsprechend dem geschätzten Beobachtungsfehler von ± 0,01 mm.

Mit den gewonnenen endgültigen Konstantenwerten durchgeführt, ergibt nun die Berechnung der Fadenlängen zu den vorgelegten Zeitpunkten:

t′	s	$l_{ber.}$	$l_{beob.}$	$10^3 r$	Gew.	Änderung
3,36	17,514	495,509	495,50	— 9	$\frac{1}{9,6}$	+ 7
6,41	16,506	494,501	494,50	— 1	$\frac{1}{4,83}$	+13
13,05	15,435	493,430	493,44	+10	$\frac{1}{2,27}$	+15
25,82	14,445	492,440	492,44	± 0	$\frac{1}{1,1}$	+14
50,52	13,507	491,502	491,50	— 2	1	+13
59,27	13,290	491,285	491,28	— 5	$\frac{1}{1,14}$	+12
74.27	12,985	490,980	490,98	± 0	1	+12
104,3	12,536	490,531	490,53	— 1	1	+11
149,3	12,071	490,066	490,07	+ 4	1	+10
224,3	11,557	489,552	489,55	— 2	1	+ 9
344,3	11,030	489,025	489,025	± 0	1	+ 8
524,3	10,528	488,523	488,53	+ 7	1	+ 7
824	10,003	487,998	488,015	+17	1	+ 8
1304	9,489	487,484	487,495	+11	1	+ 7
2024	9,002	486,997	487,01	+13	1	+ 9
2924	8,625	486,620	486,625	+ 5	1	+ 8
5024	8,076	486,071	486,055	—16	1	+ 9
7124	7,735	485,730	485,725	— 5	1	+ 8

Die letzte Spalte (Änderung) enthält die Differenzen der alten und der neuen Reste $10^3 r$ und läßt erkennen, daß die numerische Rechnung richtig ist.

Um für die übrigen Versuche eine Übersicht über den Verlauf und den Grad der erreichten Annäherung zwischen den beobachteten und errechneten Längen zu erhalten, wird es genügen, die Spalten für t′, s und $10^3 r$ anzugeben, event. noch die Gewichte anzuführen.

Faden I,

Entlastungen bei 0 atm.

14. 7. 1908				20. 7. 1908				30. 7. 1908			
t' sec	s mm	r μ	Gew.	t' sec	s mm	r μ	Gew.	t' sec	s mm	r μ	Gew.
—	—	—	—	—	—	—	—	3,31	15,858	− 55	$\frac{1}{10}$
—	—	—	—	—	—	—	—	7,01	14,592	+ 11	$\frac{1}{4,6}$
—	—	—	—	—	—	—	—	11,71	13,762	+ 41	$\frac{1}{2,6}$
19,3	13,258	− 58	$\frac{1}{10}$	23,49	13,926	+ 12	1	21,91	12,787	+ 16	$\frac{1}{1,4}$
34,3	12,385	+ 15	$\frac{1}{10}$	38,49	13,145	+ 5	1	36,91	12,008	− 5	1
49,3	11,853	− 3	$\frac{1}{10}$	53,5	12,640	− 22	1	—	—	—	—
64,3	11,472	+ 27	$\frac{1}{10}$	68,5	12,269	− 11	1	66,9	11,156	− 13	1
79,3	11,178	+ 22	$\frac{1}{10}$	—	—	—	—	—	—	—	—
94,3	10,938	+ 12	1	98,5	11,735	− 7	1	96,9	10,645	− 12	1
109,3	10,736	+ 4	1	—	—	—	—	—	—	—	—
139,3	10,409	− 9	1	143,5	11,197	+ 1	1	141,9	10,135	− 17	1
169,3	10,151	− 11	1	—	—	—	—	—	—	—	—
199,3	9,937	− 8	1	203,5	10,712	− 4	1	216,9	9,585	+ 9	1
244,3	9,676	− 6	1	—	—	—	—	—	—	—	—
289,3	9,462	− 2	1	293,5	10,217	+ 1	1	321,9	9,092	− 18	1
364,3	9,175	+ 5	1	—	—	—	—	—	—	—	—
439	8,947	+ 3	1	428,5	9,722	+ 6	1	471,9	8,630	± 0	1
529	8,723	− 3	1	—	—	—	—	—	—	—	—
664	8,455	± 0	1	—	—	—	—	—	—	—	—
829	8,198	+ 2	1	773,5	8,980	+ 18	1	741,9	8,103	+ 13	1
1009	7,975	+ 5	1	1 193,5	8,460	+ 13	1	1 162	7,603	+ 28	1
1204	7,778	+ 7	1	1 793,5	7,989	+ 24	1	1 702	7,193	+ 15	1
1384	7,625	− 5	1	2 693,5	7,537	+ 6	1	2 902	6,647	+ 14	1
				3 894	7,143	+ 5	1	4 822	6,154	− 8	1
				5 994	6,699	− 1	1	7 702	5,722	− 18	1
				12 834	5,963	− 45	1	[11 902	5,340	− 45	0]

Ohne Benutzung des Chronographen gewonnen
desgl. Versuch v. 20. 7.

Faden I,

Entlastungen bei 300 atm.

17. 7. 1908				25. 7. 1908				28. 7. 1908			
t′ sec	s mm	r μ	Gew.	t′ sec	s mm	r μ	Gew.	t′ sec	s mm	r μ	Gew.
				2,12	18,318	+ 19	$\frac{1}{21.5}$	2,46	17,880	— 117	$\frac{1}{13,8}$
				3,38	17,344	— 7	$\frac{1}{11,2}$	4,36	16,714	+ 49	$\frac{1}{8,2}$
Ohne Benutzung des Chronographen gewonnen.				5,51	16.354	— 17	$\frac{1}{6,8}$	7,00	15,783	— 20	$\frac{1}{5,2}$
				9,76	15,238	— 1	$\frac{1}{3,77}$	12,10	14,743	+ 20	$\frac{1}{3}$
				15,73	14,340	— 3	$\frac{1}{2,29}$	—	—	—	—
25,9	13.827	+ 4	$\frac{1}{3,46}$	27.60	13,322	+ 15	$\frac{1}{1.26}$	20.76	13,757	+ 6	$\frac{1}{1,7}$
40.9	13,015	— 14	$\frac{1}{2,12}$	32,67	13,025	+ 12	$\frac{1}{1,10}$	36,26	12,780	— 17	1
55,9	12,476	— 15	$\frac{1}{1,52}$	47,7	12,375	— 8	1	48,7	12,281	+ 32	1
70,9	12,075	+ 16	$\frac{1}{1,175}$	62,7	11,917	+ 10	1	63,7	11,836	+ 7	1
85,9	11,757	+ 14	1	77,7	11,564	+ 13	1	78,7	11,494	— 31	1
100,9	11,494	— 3	1	107,7	11,041	+ 6	1	108,7	10,982	— 19	1
130,9	11,077	— 6	1	152,7	10,497	± 0	1	153,7	10,449	+ 4	1
175.9	10,616	+ 5	1	212,7	9,997	— 20	1	213,7	9,958	+ 10	1
235,9	10,169	— 8	1	272,7	9,633	— 26	1	288,7	9,522	— 19	1
325,9	9,691	— 10	1	377,7	9,168	— 11	1	423,7	8,984	— 6	1
460,9	9,195	— 4	1	542,7	8,668	— 6	1	603,7	8,506	— 13	1
670,9	8,676	+ 5	1	767,7	8,206	+ 6	1	—	—	—	—
971	8,184	+ 2	1	1113	7,731	+ 1	1	903,7	7,982	— 9	1
1 451	7,671	+ 10	1	1848	7,111	+ 21	1	1 324	7,506	+ 32	1
2 141	7,195	+ 6	1	2448	6,782	+ 15	1	1 924	7,059	+ 19	1
3 341	6,675	+ 6	1	3348	6,428	+ 9	1	2 824	6,619	+ 14	1
4 141	6,197	— 1	1	4248	6,168	+ 9	1	4 384	6,139	— 16	1
6 161	6,003	— 17	1	5688	5,859	— 12	1	5 044	5,989	+ 14	1
9 941	5,511	— 45	0	—	—	—	—	—	—	—	—
11 441	5,372	— 41	0	—	—	—	—	13 384	5,027	— 24	1

Faden II,

Entlastungen bei 0 atm. und 300 atm.

Versuch vom 6. 2. 1900 (300 atm.) s. S. 35.

16. 2. 1909 (0 atm.)				17. 2. 1909 (0 atm.)				12. 2. 1909 (300 atm.)			
t′ sec	s mm	r μ	Gew.	t′ sec	s mm	r μ	Gew.	t′ sec	s mm	r μ	Gew.
—	—	—	—	2,84	18,920	− 290	1/6,64	—	—	—	
4,25	18,263	+ 5	1	—	—	—	—	—	—	—	
9,02	17,280	− 12	1	7,42	17,643	− 13	1/3,1	10,02	15,986	− 33	
20,1	16,272	− 4	1	16,60	16,610	+ 20	1/1,45	20,42	14,934	+ 19	
33,28	15,646	+ 2	1	29,28	15,902	+ 8	1	33,75	14,217	+ 36	
—	—	—	—	44,28	15,397	+ 33	1/1,36	63,75	13,337	+ 16	
78,33	14,623	− 15	1	74,28	14,779	+ 41	1	—	—	—	
168,3	13,744	+ 24	1	134,3	14,088	− 18	1	123,75	12,455	+ 48	
258,3	13,265	+ 33	1	209,3	13,584	+ 16	1	—	—	—	
393,3	12,804	− 6	1	329,3	13,078	+ 17	1	514	10,683	− 30	
648,3	12,270	− 2	1	509,3	12,606	− 11	1	—	—	—	
1023	11,794	− 26	1	809,3	12,113	− 23	1	994	9,919	+ 4	
1683	11,288	− 10	1	1349	11,584	− 14	1	1354	9,573	+ 10	
2523	10,887	− 9	1	2189	11,096	− 16	1	1894	9,207	+ 6	
3783	10,494	− 6	1	3809	10,554	+ 1	1	2614	8,863	+ 10	
5943	10,067	+ 21	1	6809	10,003	+ 27	1	3334	8,609	− 26	
—	—	—	—	—	—	—	—	4534	8,296	− 3	
—	—	—	—	—	—	—	—	6634	7,918	+ 15	

Ablauf durch Hemmungen gestört.

Schlauch,

Entlastungen bei 0 atm.

6. 3. 1909.			10. 3. 1909.		
t′ sec	s mm	r μ	t′ sec	s mm	r μ
—	—	—	1,76	15,087	— 1
4,18	14,168	+ 67	5,76	14,101	— 15
13,10	13,248	— 13	12,23	13,491	— 5
16,46	13,067	+ 18	—	—	—
31,46	12,563	+ 12	27,23	12,858	— 7
46,46	12,264	+ 11	42,23	12,517	— 1
61,46	12,052	— 17	57,23	12,284	+ 2
76,46	11,888	— 23	72,23	12,107	+ 4
91,46	11,754	— 19	—	—	—
106,46	11,641	— 6	102,23	11,845	+ 1
121,46	11,544	+ 1	—	—	—
136,46	11,458	+ 2	132,23	11,653	+ 3
151,5	11,382	+ 3	—	—	—
166,5	11,312	+ 3	177,2	11,437	+ 9
256,5	10,999	+ 1	252,2	11,179	+ 7
406,5	10,671	— 11	342,2	10,958	+ 13
—	—	—	492	10,699	+ 7
616	10,379	+ 1	672	10,479	+ 7
886	10,128	+ 2	972	10,222	+ 9
1 246	9,895	± 0	1332	10,006	± 0
1 786	9,653	— 8	1872	9,775	— 14
2 506	9,428	— 3	2592	9,557	— 26
3 586	9,194	— 9	—	—	—
4 906	8,991	— 21	—	—	—
6 706	8,792	+ 3	—	—	—
11 086	8,477	+ 23	—	—	—

Schlauch.

Entlastungen bei 300 atm.

2. 3. 1909.			4. 3. 1909.			8. 3. 1909.		
t' sec	s mm	r μ	t' sec	s mm	r μ	t' sec	s mm	r μ
0,88	15,763	+ 7	—	—	—	—	—	—
—	—	—	1,17	15,530	+ 4	1,82	15,089	+ 172
2,60	14,795	— 25	3,60	14,539	— 5	4,72	14,271	— 10
8,23	13,797	— 27	11,74	13,529	+ 5	15,01	13,307	— 46
19,80	13,060	+ 10	20,78	13,054	— 20	22,21	12,988	— 27
34,80	12,596	+ 4	35,78	12,610	— 26	37,21	12,574	— 13
49,8	12,307	+ 3	50,8	12,328	— 9	—	—	—
64,8	12,096	+ 9	65,78	12,122	+ 2	67,2	12,109	— 28
79,8	11,930	+ 10	80,8	11,960	+ 4	97,2	11,821	— 20
109,8	11,679	+ 21	125,8	11,613	+ 21	142,2	11,530	— 19
154,8	11,412	+ 8	186	11,312	+ 22	—	—	—
230	11,109	+ 1	276	11,012	+ 17	217	11,210	+ 1
350	10,791	+ 9	426	10,687	+ 22	337	10,883	+ 8
530	10,482	+ 13	636	10,392	+ 7	502	10,591	± 0
770	10,208	— 3	—	—	—	772	10,281	+ 10
—	—	—	966	10,088	— 9	—	—	—
1190	9,894	— 4	—	—	—	1 132	10,009	— 13
—	—	—	1506	9,772	— 8	—	—	—
1730	9,628	— 13	—	—	—	1 732	9,717	— 21
2570	9,352	— 27	2226	9,498	— 34	2 692	9,409	— 18
—	—	—	—	—	—	4 432	9,074	— 18
—	—	—	—	—	—	7 132	8,760	— 14
—	—	—	—	—	—	13 192	8,364	+ 7

Zusammenstellung der ermittelten Werte der Konstanten.

Material	Datum	Druck	p		m		Gesamtänderung C		Endlänge b		Zeitkorrektion τ	Temperatur	Dauer der Vorbelast.	Bemerkungen
		atm.	0	300	0	300	0 mm	300 mm	0 mm	300 mm	sec		Stdn.	
Faden I	Juli 1908													
	14.	0	2,1305		0,04759		154,060		476,050		− 10,7	22,4°	23,85	Ohne Chronograph
	17.	300		2,0126		0,05447		152,871		477,379	− 4,1	21,2°	23,22	
	20.	0	2,0900		0,04753		157,908		482,132		− 6,5	19,8°	47,15	
	25.	300		2,0444		0,05430		154,067		481,813	− 4,24	19,1°	17,83	
	28.	300		2,0526		0,05384		154,193		483,387	− 3,14	20,7°	19,68	
	30.	0	2,1725		0,04734		158,023		486,347		− 3,29	21,5°	20,02	
			[2,1640]	[2,0191]								[20°]	[24,00]	
Faden II	Febr. 1909													
	6.	300		2,0559		0,04185		152,305		477,995	− 7,06	21,0°	22,93	6.—11. unbelastet gewesen
	12.	300		2,0498		0,04173		152,693		477,547	− 7,10	18,8°	23,42	
	16.	0	2,0464		0,03378		156,618		479,232		− 3,67	19,95°	73,13	Vor Beginn zweimal mißglückte Entlastung
	17.	0	2,0464		0,03378		157,610		479,870		− 5,08	19,1—19,4°	95	
			[2,1837]	[2,0494]								[20°]	[24,00]	
Schlauch	März 1909													
	2.	300		1,8152		0,03179		96,105		524,730	− 1,68	20,5°	25,12	
	4.	300		1,8178		0,03157		96,504		526,966	− 1,94	20,0°	24,03	
	6.	0	1,8544		0,02986		98,125		529,265		− 1,44	19,75°	22,93	
	8.	300		1,8306		0,03127		96,281		528,399	− 1,62	20,0°	22,50	
	10.	0	1,8460		0,02984		98,621		531,414		− 3,24	19,8°	26,38	
			[1,8511]	[1,8182]								[20°]	[24,00]	

Werte in [ ] bedeuten die nach S. 42—45 auf gleiche Vorbelastungsdauer von 24h und ca. 20° reduzierten p.

Diskussion der Zahlenwerte.

Die Zeitkorrektion τ ist abhängig von durchaus willkürlichen Umständen bei Versuchsbeginn, ihr kommt eine Bedeutung für den Vorgang selbst nicht zu.

Die „Endlängen“ b wachsen, sofern nicht länger dauernde Entlastungen dazwischen liegen, von Versuch zu Versuch und sind unter Beachtung dieses Umstandes bei 300 atm geringer, als bei 0 atm., eine Erscheinung, die sich auch, weniger ausgeprägt, bei den Gesamtänderungen C wiederholt, da diese c. p. der Länge proportional sind. Ausführlicher wird später davon zu sprechen sein.

Die Werte m erscheinen von Material zu Material verschieden, durch Druck stark verändert, aber für die Einzelversuche merklich gleichbleibend.

Dagegen sind die Konstanten p erheblich voneinander verschieden und von der Dauer der vorhergehenden Belastung abhängig. Um sie für verschiedene Drucke vergleichen zu können, muß daher erst eine Reduktion auf gleiche „Dauer der Vorbelastung“ T erfolgen, event. unter Berücksichtigung der Temperatur.

Pulfrich[16]) benutzt mit Erfolg hierfür den Ansatz:

$$a = \frac{r}{T^{\sigma}}, \text{ wobei a folgt aus } -\frac{ds}{dt} = \frac{as}{t^1}.$$

Allerdings erfolgte im vorliegenden Falle die Berechnung nach der Formel: $-\frac{ds}{dt} = \frac{pm\ s}{t^{1-m}}$, indessen ist darin $1-m$ so wenig von 1 verschieden und für die Einzelversuche so wenig variabel, daß für diese Korrektion unbedenklich pm dem a gleichgesetzt werden kann.

Um Rücksicht auf die für Faden I merklich verschiedenen Temperaturen τ zu nehmen, wurde der Ansatz erweitert zu:

$$pm = a = \frac{r\,[1+\gamma(\tau-20)]}{T^{\sigma}} = \frac{r\,(1+\gamma\,\tau')}{T^{\sigma}}.$$

Zur Berechnung der Konstanten r, σ und γ daraus kann man setzen:

---

[16]) C. Pulfrich, Pogg. Ann. 28, 87 ff., 1886.

$$\frac{a_1}{a_3} = (1 + \gamma(\tau_1' - \tau_3')) \cdot \left(\frac{T_3}{T_1}\right)^{\sigma}$$

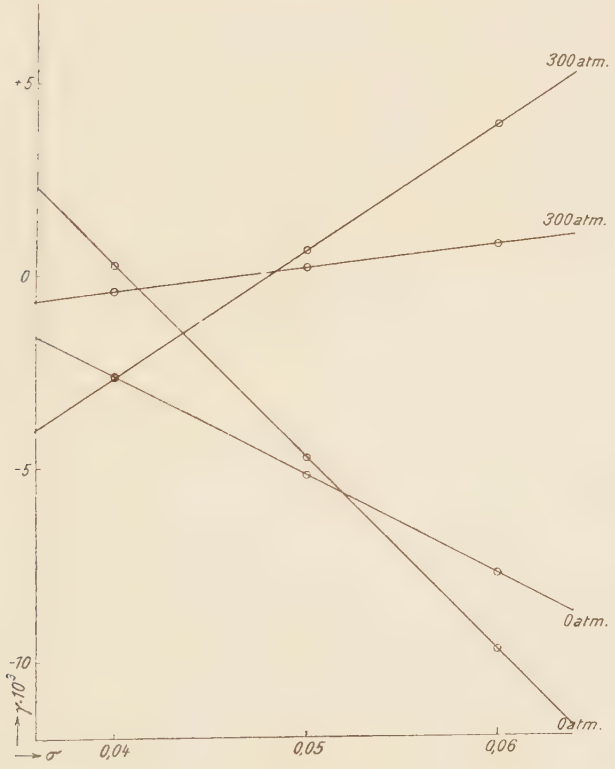
$$\gamma = \frac{\frac{a_1}{a_3} \cdot \left(\frac{T_1}{T_3}\right)^{\sigma} - 1}{\tau_1' - \tau_3'} = \frac{\frac{a_2}{a_3}\left(\frac{T_2}{T_3}\right)^{\sigma} - 1}{\tau_2' - \tau_3'}.$$

Nach einer Überschlagsrechnung wurde der Wert γ aus beiden Ausdrücken berechnet unter Annahme von

	$\sigma = 0{,}04$,	0,05,	0,06 und ergab:	
$\gamma_{1,3} =$	$+ 0{,}000\,261$	$- 0{,}004\,75$	$- 0{,}009\,76$	bei 0 atm.
$\gamma_{2,3} =$	$- 0{,}002\,61$	$- 0{,}005\,21$	$- 0{,}007\,79$	
$\gamma_{1,2} =$	$- 0{,}000\,405$	$+ 0{,}000\,212$	$+ 0{,}000\,827$	bei 300 atm.
$\gamma_{2,3} =$	$- 0{,}002\,68$	$+ 0{,}000\,629$	$+ 0{,}003\,96$	

Aus der graphischen Darstellung folgt:

$$\sigma_0 = 0{,}052, \quad \sigma_{300} = 0{,}048 [5].$$



Mit Hilfe dieser Werte wird:

$$r_0 = 0{,}12123 \qquad r_{300} = 0{,}12767$$

und für $T = 20^h$, $\tau = 20^0$

$$a_0 = 0{,}10375 \qquad a_{300} = 0{,}11041$$

für $T = 24^h$, $\tau = 20^0$

$$a_0 - 0{,}10277 \qquad a_{300} = 0{,}10944$$

Da nun m ziemlich konstant bleibt, sofern der Druck nicht geändert wird, dürfte näherungsweise gelten:

Faden I.

$$\left.\begin{array}{l} p_0 = \dfrac{a_0}{m_{0,\,\text{mittel}}} = \dfrac{0{,}10375}{0{,}04749} = 2{,}1846;\ 0\ \text{atm.} \\ p_{300} = \dfrac{a_{300}}{m_{300,\,\text{mittel}}} = \dfrac{0{,}11041}{0{,}05420} = 2{,}0370;\ 300\ \text{atm.} \end{array}\right| \begin{array}{l} T = 20^h \\ \tau = 20^0 \end{array}$$

$$\left.\begin{array}{l} p_0 = 2{,}1640, \qquad p_{300} = 2{,}0191 \end{array}\right\} \begin{array}{l} T = 24^h, \\ \tau = 20^0 \end{array}$$

Beim Faden II waren für 300 atm. die Werte so wenig verschieden, daß einfaches Mittelnehmen erlaubt schien.

$$T = \left\{\begin{matrix} 22{,}93 \\ 23{,}42 \end{matrix}\right\} = 23{,}18^h, \quad \tau = \left\{\begin{matrix} 21{,}0^0 \\ 18{,}8^0 \end{matrix}\right\} 19{,}9^0$$

$$p_{300} = \left\{\begin{matrix} 2{,}0559 \\ 2{,}0498 \end{matrix}\right\} = 2{,}0529,\ m_{300} = \left\{\begin{matrix} 0,\ 4185 \\ 0{,}04173 \end{matrix}\right\} = 0{,}04179 \Big\} T = 23{,}18^h$$

$p_{300} = 2{,}0494$ unter Benutzung von σ_{300} wie bei Faden I $\} T = 24^h$

Dagegen wurde für 0 atm., wo $\tau = \left\{\begin{matrix} 19{,}95 \\ 19{,}4 \end{matrix}\right\} = 19{,}7^0$, $T = 73{,}13^h$ und 95^h waren, die Reduktion auf gleiches $T = \left\{\begin{matrix} 23{,}18^h \\ 24^h \end{matrix}\right.$ vorgenommen unter Anlehnung an den für Faden I gefundenen Wert σ. Sie ergab:

$$\left.\begin{array}{l} p_0 = 2{,}1883, \qquad m_0 = 0{,}03378 \end{array}\right\} \begin{array}{l} T = 23{,}18^h \\ \tau = 19{,}7^0 \end{array}$$

$$\left.\begin{array}{l} p_0 = 2{,}1837, \qquad m_0 = 0{,}03378 \end{array}\right\} \begin{array}{l} T = 24^h \\ \tau = 19{,}7^0 \end{array}$$

Die Versuche am Schlauch waren unter so wenig verschiedenen Bedingungen erfolgt, daß ein einfaches graphisches Mittelnehmen wohl erlaubt war. Mithin waren für 0 atm. bei graphischer Reduktion auf $T = 24^h$ für p:

$$T = \left\{\begin{matrix} 22{,}93 \\ 26{,}38 \end{matrix}\right\} = 24{,}66^h, \quad \tau = \left\{\begin{matrix} 19{,}75 \\ 19{,}8 \end{matrix}\right\} = 19{,}8^0,$$

$$p_{T=24^h} = 1{,}8511, \quad m = 0{,}02985$$

300 atm.:

$$T = \left\{\begin{matrix}25{,}12\\24{,}08\\22{,}50\end{matrix}\right\} = 23{,}9^{h}, \quad \tau = \left\{\begin{matrix}20{,}5\\20{,}0\\20{,}0\end{matrix}\right\} = 20{,}2^{0},$$

$$p_{T=24^{h}} = 1{,}8182, \; m = 0{,}03154.$$

Auf Grund der nun auf gleiche Verhältnisse bezogenen Konstantenwerte für die verschiedenen Drucke läßt sich eine völlige Übersicht über den Verlauf der Nachwirkung gewinnen.

Die Zeit t_ν, innerhalb deren, vom Beginn an gerechnet, die Gesamtdeformation C bis auf den Rest $s_\nu = \frac{C}{\nu}$ erfolgt, bestimmt sich aus:

$$s_\nu = \frac{C}{\nu} = C \cdot e^{-p t_\nu^{m}}, \quad \nu = e^{p t_\nu^{m}}, \quad \ln \nu = p t_\nu^{m}$$

$$t_\nu^{m} = \frac{\ln \nu}{p}, \quad \log t_\nu = -\frac{\log p}{m} + \frac{\log (\ln \nu)}{m}.$$

Auf den beiliegenden Blättern ist die Beziehung zwischen t_ν und ν graphisch für sämtliche Versuchstage und für die reduzierten Werte p und m dargestellt. Um linearen Verlauf zu erhalten, ist log t als Abszisse, log (ln ν) als Ordinate gewählt; eingezeichnet ist noch die Kurve für (ν, log (ln ν)).

Von besonderem Interesse ist der Punkt, an dem sich die Kurven schneiden, die Reste also relativ gleich geworden sind. Bedeutung hat seine Bestimmung nur für die reduzierten Kurven, bei denen sich ergibt für:

Faden I: $\log t = 4{,}4$, $t =$ ca. 25100 Sek. = ca. 7 Stunden.
$\log (\ln \nu) = 0{,}55$, $\nu = 35$, Rest etwa 2,9 %.

Faden II: $\log t = 3{,}8$, $t =$ ca. 6300 Sek. = ca. $1^{3}/_{4}$ Stunden.
$\log (\ln \nu) = 0{,}467$, $\nu = 18{,}9$, Rest etwa 5,3 %.

Schlauch: $\log t = 4{,}5$, $t =$ ca. 31 600 Sek. = ca. $8^{3}/_{4}$ Stunden.
$\nu = 12{,}45$, Rest etwa 8,05 %.

Andererseits steht zu vermuten, daß auch die Änderungsgeschwindigkeiten einmal einander gleich sind. Setze ich aus:

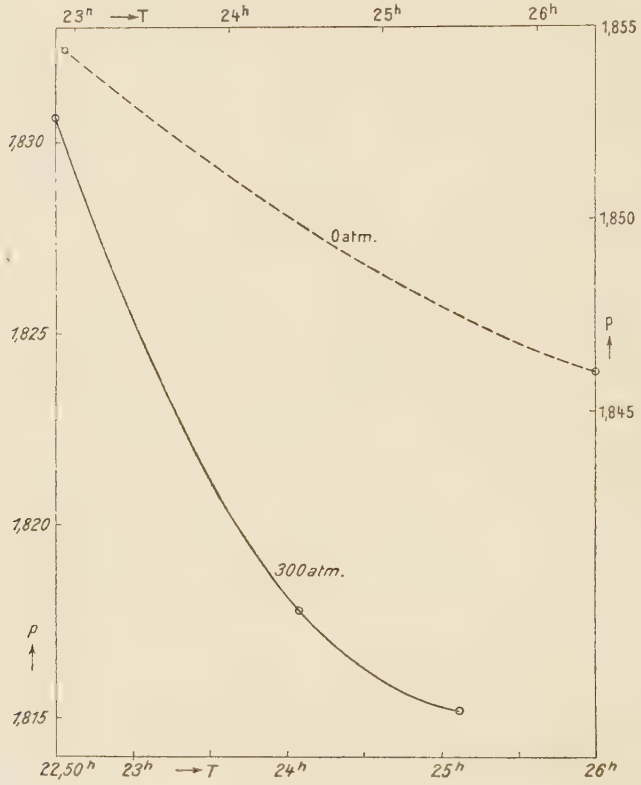
$$-\frac{dl}{dt} = \frac{p m s}{t^{n}}, \quad -\frac{dl}{dt} = \frac{p m}{t^{n}},$$

s

so gilt für gleiche Zeiten:

$$\left(\frac{d\,l}{d\,t}\right)_0 : \left(\frac{d\,l}{d\,t}\right)_{300} = \frac{(p\,m)_0}{(p\,m)_{300}} \cdot t^{m_0 - m_{300}},$$

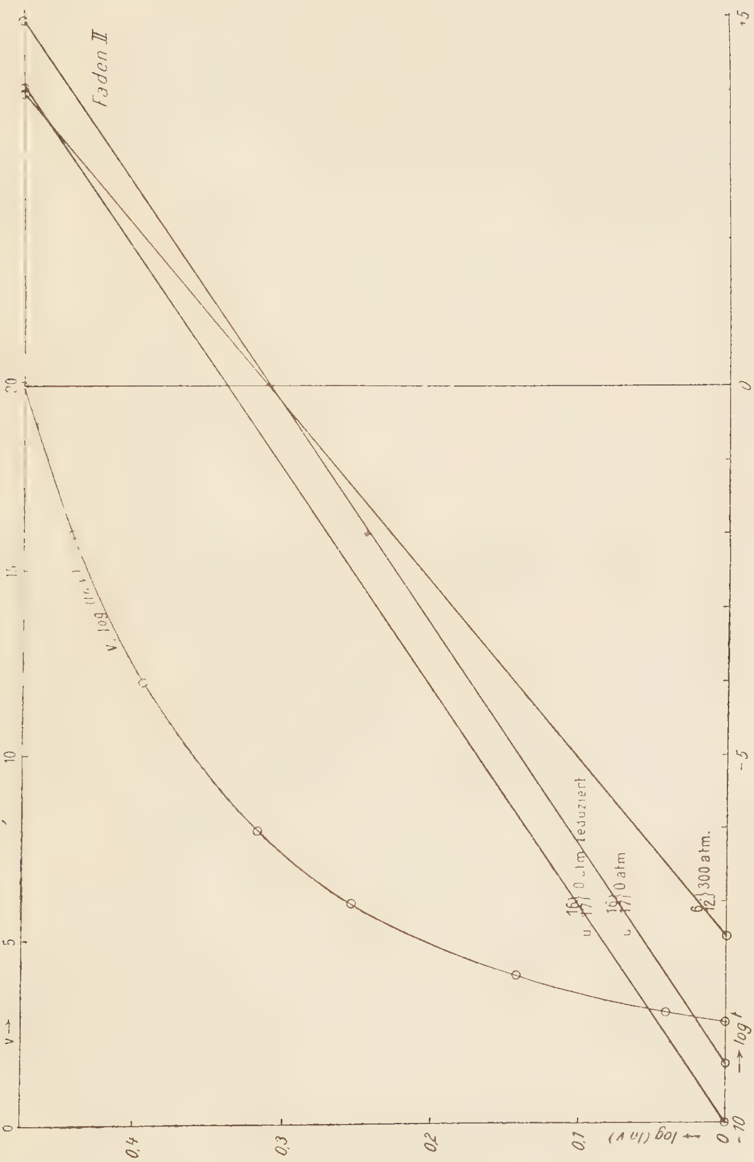
denn: $n_{300\ \text{Atm.}} - n_{0\ \text{Atm.}} = 1 - m_{300} - 1 + m_0 = m_0 - m_{300}$

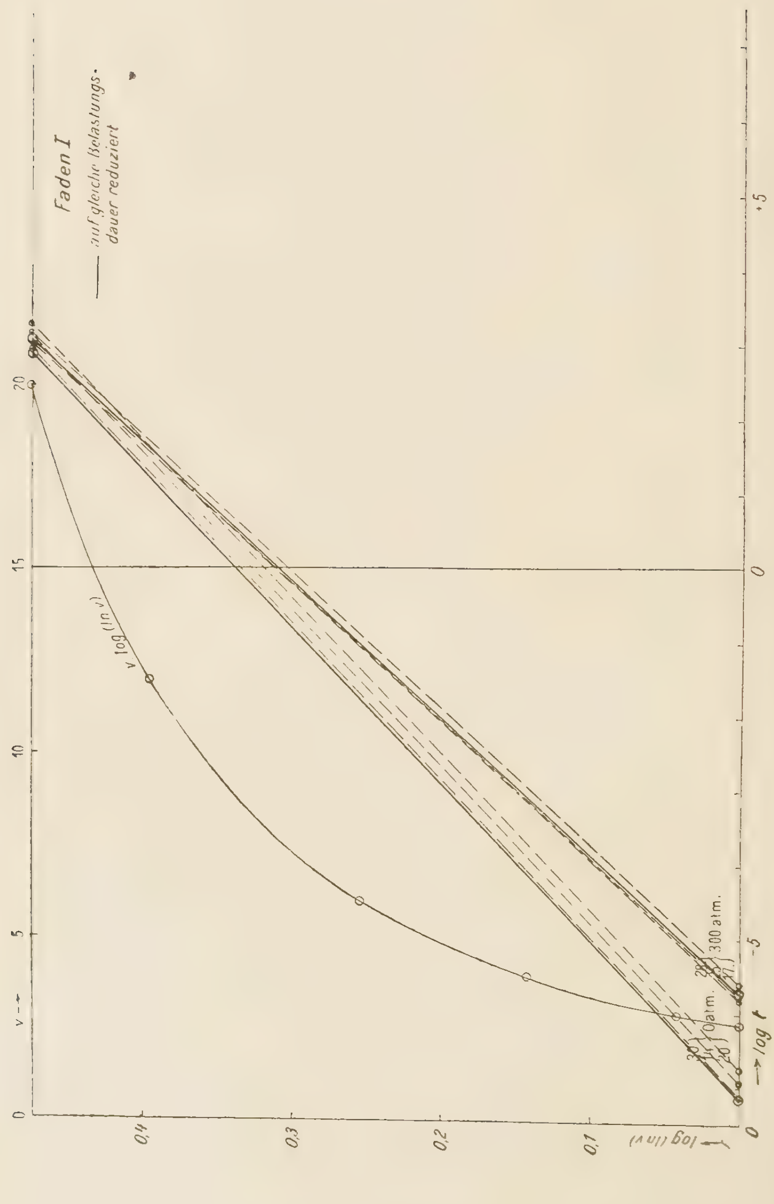


Bei Gleichheit der relativen Änderungsgeschwindigkeiten also:

$$1 = \frac{(p\,m)_0}{(p\,m)_{300}} \cdot t^{m_0 - m_{300}}, \quad 0 = (m_0 - m_{300}) \log t + \log \frac{a_0}{a_{300}}.$$

$$\log t = \log \frac{(p\,m)_0}{(p\,m)_{300}} \cdot \frac{}{(m_{300} - m_0)}$$


Faden II
v →
← log (ln v)
→ log t
0,4
0,3
0,2
0,1
0
-10
-5
0
+5
5
10
20
300 atm.


Faden I
auf gleiche Belastungsdauer reduziert
v log (ln v)
300 atm.
0 atm.
v →
log (ln v)
→ log t
0
5
10
15
20
0,1
0,2
0,3
0,4
-5
+5

Schlauch
auf gleiche Belastungsdauer reduziert
v →
→ log t
(t in sec gemessen)
300 atm.
0,5
0,4
0,3
0,1
0
5
10
15
20
30
-5
0
+5

Dieser Zustand tritt ein für den reduzierten Verlauf bei:

Faden I: für $\log t = -4{,}025$. Gleichzeitig beträgt der Abstand s von der Endlage noch bei einem Druck von 0 atm. 24,5 %, 300 atm. 29,2 % der Gesamtänderung. Reduziert auf Vorbelastung von 20 Stunden.

Faden II: $\log t = -8{,}08$, $s_0 = 33{,}33\,\%$, $s_{300} = 37{,}2\,\%$. Reduziert auf Vorbelastung von 23,18 Stunden.

Schlauch: $\log t = -9{,}55$, $s_0 = 38{,}2\,\%$, $s_{300} = 40{,}2\,\%$. Reduziert auf Vorbelastung von 24 Stunden.

Da $m_0 < m_{300}$, so läßt sich das Geschwindigkeitsverhältnis darstellen als Funktion der Zeit t in der Form:

$$\frac{\left(\frac{\dot{1}}{s}\right)_0}{\left(\frac{\dot{1}}{s}\right)_{300}} = c_1 \cdot t^{-c_2} = \frac{c_1}{t^{c_2}},$$

nimmt also mit wachsendem t stetig ab. Mithin muß die Änderung vor dem oben bestimmten t bei 0 atm. rascher erfolgen, von da ab jedoch bei 300 atm.

Wenn auch diese letzten Zahlenangaben Extrapolationen nach beiden Seiten darstellen, so geben sie doch einigen Anhalt über den Verlauf der Erscheinung. Sie bestätigen die graphisch erschlossenen Resultate und zeigen, daß es praktisch belanglos ist, ob man sagt: Hoher Druck vergrößert den Anteil der Nachwirkung an der Gesamtdeformation, läßt aber die Nachwirkung selbst rascher abklingen, oder ob man das Ergebnis so ausspricht:

Die elastische Formänderung setzt unter kleinem Drucke mit größerer Geschwindigkeit ein, wird aber in ihrem zeitlichen Verlauf stärker verzögert, als es unter der Einwirkung des höheren Druckes der Fall sein würde.

Der Zeitpunkt, zu dem Gleichheit der Änderungsgeschwindigkeiten vorhanden ist, tritt so ungeheuer bald nach Beginn des Vorganges ein, daß man messend auf diesem Wege die Frage nicht entscheiden kann, ob es zulässig ist, elastische Deformation und elastische Nachwirkung zu unterscheiden und von „plötzlichen“ Änderungen zu reden. Überdies können diese rechnerischen

Extrapolationen über den wirklichen Verlauf in den allerersten Zeiten nichts aussagen, da dieser ja in der Hauptsache, auch bei idealen Versuchsbedingungen, durch die Trägheits- und Reibungswiderstände gegenüber den wirkenden Kräften und erst in zweiter Linie durch die elastischen Beziehungen bedingt ist.

Für den weiteren Verlauf zu meßbaren Zeiten indessen ergibt die oben zuletzt gegebene Darstellung eine recht anschauliche Hypothese, die mit den Beobachtungen gut vereinbar ist.

Eine schematische Darstellung des zeitlichen Verlaufes der Längenänderung bei Drucken von 0 atm. und p atm. gibt die nebenstehende Zeichnung. Bezogen sind die beiden Kurven auf Versuche, bei denen Änderung des Auftriebs usw. durch den Druck eliminiert sei. Demnach sind die beiden Ausgangspunkte

voneinander entfernt um die Strecke $(A_2 - K_2)$ (S. 13); die Endlängen b, denen sich die beobachteten Längen asymptotisch nähern, haben den Abstand $(A_1 - K_1)$. Die Werte $(A - K)$ sind bedingt durch Änderung des Elastizitätsmoduls durch den Druck. Da $(A_2 - K_2) > (A_1 - K_1)$, etwa $(A_2 - K_2) - (A_1 - K_1) = \delta$, muß auch $C_0 - C_p = \delta$ sein. Die beiden Kurven müssen sich zweimal schneiden, d. h. die Fadenlängen absolut gleich werden: Einmal, wenn bei 0 Atm. vermöge der zunächst größeren Geschwindigkeit eine um $(A_2 - K_2)$ größere Strecke vom Endpunkte durchmessen worden ist als beim Druck p, das andere Mal, wenn sich die Abstände von der „Endlänge" noch um den Betrag $(A_1 - K_1)$ unterscheiden. Mit abnehmenden Werten $(A - K)$ rückt der erste Schnittpunkt in den Nullpunkt, der zweite in einen immer entfernteren, aber nach S. 45—46 auch für die absoluten Reste endlich bleibenden Zeitpunkt.

Was nun die S. 42 erwähnte Zunahme der „temporären Endlängen" b betrifft, so sollen diese auf Grund des gewonnenen Überblicks für den Schlauch als Beispiel näher betrachtet werden. Nebenstehend ist der ganze untersuchte Verlauf dargestellt. Die fortschreitende Verlängerung ist unverkennbar. Die oben gegebene graphische Darstellung (S. 47—49) des Zusammenhangs zwischen der Zeit t seit einer Entlastung und dem relativen Reste der Nachwirkung, der jeweils noch vorhanden ist (durch ν ausgedrückt), ergibt für:

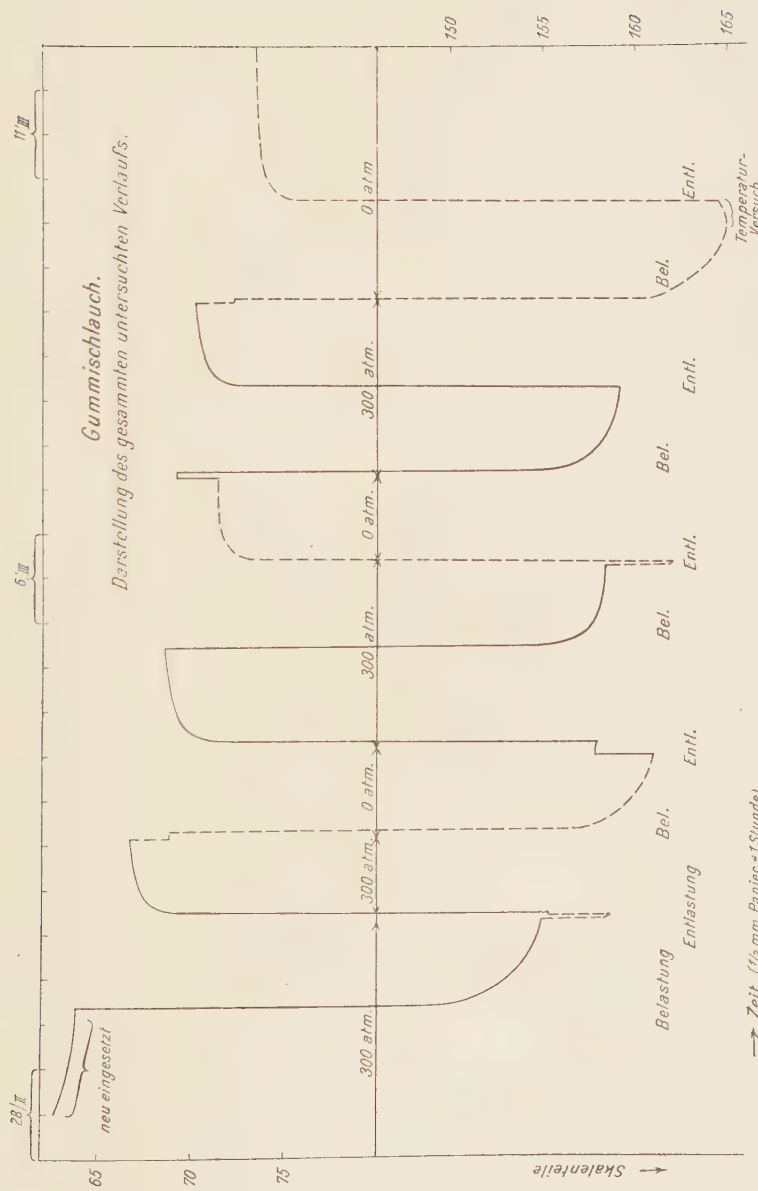
$t = 48^h = 1{,}728 \cdot 10^5$ Sek.; $\log t = 5{,}2375$; $\nu = 14{,}3$; $\frac{1}{\nu} = 0{,}07$

$t = 5 \cdot 48^h = 8{,}64 \cdot 10^5$ Sek.; $\log t = 5{,}9365$; $\nu = 16{,}3$; $\frac{1}{\nu} = 0{,}061$

Das heißt: Nach 48 Std. ist noch ein Betrag von ca. 7 % „ $5 \cdot 48$ „ „ „ „ „ „ ca. 6,1 %

der gesamten anfänglichen Deformation vorhanden.

Da indessen in der Zwischenzeit nach je ca. 48 Std. eine neue Entlastung eingetreten ist, muß von jeder ein Bruchteil von gleicher Größenordnung hinzugetreten sein, der sich langsam vermindert. Mithin muß die Summe der Nachwirkungsreste mit jedem Versuche in den Grenzen der benutzten Versuchsperioden um etwa den gleichen Betrag wachsen, die temporäre


Gummischlauch.
Darstellung des gesammten untersuchten Verlaufs.
28/II
neu eingesetzt
6/III
17/III
65
70
75
150
155
160
165
Skalenteile
300 atm.
0 atm.
300 atm.
0 atm.
300 atm.
0 atm.
Bel.
Entl.
Bel.
Entl.
Bel.
Entl.
Temperatur-Versuch
Belastung
Entlastung
Zeit (½ mm Papier = 1 Stunde)

Endlänge zunehmen. Wenn auch obige graphische Darstellung als Extrapolation zahlenmäßig nicht genau die wirklichen Längenzunahmen ergeben kann, so gibt sie doch qualitativ auch hierin den tatsächlichen Sachverhalt richtig wieder. Daß die Gesamtänderungen C, an sich den b proportional, etwas von den zu erwartenden Werten abweichen, liegt darin, daß sie außerdem von Dauer und Versuchsbedingungen (Druck und Temperatur) der Vorbelastung bezw. von der erreichten Deformation abhängen.

Etwaige Wasseraufnahme durch den Kautschuk wird auch hier nicht der Grund sein, da die Änderung wochenlang bei wechselnden Drucken in gleicher Richtung merklich fortschreitet, während doch anzunehmen wäre, daß ein Vollsaugen des Kautschuks in relativ kürzerer Zeit und vom Drucke beeinflußt erfolgen müßte.

Messungen an einer Silberspirale.

Von Kahlbaum als chemisch rein bezogener Silberdraht, 60 g schwer, auf 0.93 mm Durchmesser ausgezogen, war zu einer etwa 450 mm langen Spirale von $318\frac{1}{2}$ Windungen von 10.5 mm Durchmesser aufgewickelt. Obwohl 16 geglückte Messungsreihen vorlagen, erschien es zwecklos, sie in der Ausführlichkeit darzustellen, wie es beim Kautschuk mit Erfolg geschehen war.

Infolge des hohen Eigengewichts wurde bei hinzugefügtem Belastungsgewichte wohl die Elastizitätsgrenze bereits überschritten, und jeder neue Versuch brachte eine weitere bleibende Deformation hervor, so daß der Steigungswinkel der Spirale dauernd größer wurde und zwei aufeinanderfolgende Versuche nicht mit Sicherheit sich in Beziehung bringen ließen. Namentlich war nicht anzunehmen, daß die Änderungsgeschwindigkeiten c. p. der „Länge" der Spirale proportional seien. Die graphische Darstellung und Bestimmung von $\frac{\Delta l}{\Delta t}$ wie beim Kautschuk führte dann auch zu keinem verwertbaren Resultat, zumal Reste vorhergehender und dauernd fortschreitende Deformationen derartig störend auftreten, daß zum großen Teile die Werte $\frac{\Delta l}{\Delta t}$ für gleiche

Zeiten untereinander bei einem Drucke mehr abwichen, als ihr etwaiger Mittelwert von dem bei einem anderen Druck, obwohl die Druckdifferenz hier 500 atm. betrug.

Trotz der erheblichen darauf verwendeten Arbeit mußte man sich schließlich damit begnügen, festzustellen, welcher Anteil der in den ersten 1000 Sek. nach einer Belastungsänderung erfolgenden Deformation sich in den ersten 20, 50, 125 bezw. 300 Sek. abspielte. Ferner wurde, um die Geschwindigkeiten in aufeinanderfolgenden Zeiträumen vergleichen zu können, das Verhältnis der Änderung von 0 bis 50 Sek., 50 bis 300 Sek., 300 bis 1000 Sek., 1000 bis 3000 Sek., 3000 bis 9000 Sek. nach Beginn zu der Änderung zwischen 1000 bis 2000 Sek. berechnet, so daß die betreffenden Werte wenigstens auf ihnen vergleichbare bezogen waren. Für die Belastungen wurden zuvor die experimentell gefundenen, recht erheblichen Nachwirkungsreste der vorangegangenen Deformation durch Korrektion eliminiert. Für die Entlastungen war dies nicht möglich und auch aus Gründen, die schon beim Kautschuk erörtert sind, nicht in gleichem Maße wichtig. Die Unsicherheit des zeitlichen Nullpunktes war auf diesem Wege allerdings nicht zu beseitigen, und es sind deshalb für einzelne Reihen noch diejenigen Werte bestimmt worden, die sich bei einer Zeitkorrektion von —5 Sek. ergeben würden.

Zwischen einzelnen Versuchen war die Spirale aus dem Zylinder herausgenommen worden, und es sollen zur Sicherheit nur solche Reihen verglichen werden, die innerhalb der einzelnen Beobachtungsperioden liegen.

Belastungen (Juli 1909).

Zeitraum	10. (0 atm.)		13. (500 atm.)		15. (500 atm.)	
0—1000	83,40	%	81,90	%	82,07	%
20—1000	6,80 : 83,40 = 8,15		6,20 : 81,90 = 7,57		5,81 : 82,07 = 7,09	
50—1000	5,53	6,64	4,68	5,72	4,61	5,63
125—1000	4,09	4,91	3,33	4,06	3,30	4,03
300—1000	2,58	3,10	2,00	2,44	2,015	2,45
Daraus prozentuelle Änderung in den ersten						
20 sec	91,85 %		92,43 %		92,91 %	
50 „	93,36 %		94,28 %		94,37 %	
125 „	95,09 %		95,94 %		95,97 %	
300 „	96,90 %		97,56 %		97,55 %	
1000—2000	1,86		1,32		1,31	
0—50	77,88 : 1,86 = 41,8		77,22 : 1,32 = 58,5		77,46 : 1,31 = 59,1	
50—300	2,90	1,56	2,68	2,03	2,595	1,98
300—1000	2,58	1,39	2,00	1,514	2,015	1,54
1000—3000	3,08	1,655	2,11	1,60	2,095	1,60
3000—9000	3,71	1,993	2,46	1,86	2,395	1,83

Zeitraum	20. (0 atm.)		22. (0 atm.)		24. (500 atm.)	
0—1000	83,13	%	83,21	%	82,86	%
20—1000	6,01 : 83,13 = 7,23		5,90 : 83,21 = 7,09		6,21 : 82,86 = 7,50	
					[5,855]	[7,06]
50—1000	4,84	5,82	4,74	5,70	4,85	5,86
					[4,695]	[5,67]
125—1000	3,54	4,26	3,48	4,18	3,50	4,23
					[3,445]	[4,16]
300—1000	2,13	2,56	2,13	2,56	2,125	2,56
					[2,11]	[2,54]
Daraus prozentuelle Änderung in den ersten						
20 sec	92,77 %		92,99 %		92,50 [92,94] %	
50 „	94,18 %		94,30 %		94,14 [94,33] %	
125 „	95,74 %		95,82 %		95,77 [95,84] %	
300 „	97,44 %		97,44 %		97,44 [97,46] %	

Die Zahlen in [ ] würden gelten nach einer Zeitkorrektion von — 5 sec.

Zeitraum	20. (0 atm.)		22. (0 atm.)		24. (500 atm.)	
1000—2000	1,41		1,31		1,34	
0—50	78,29 : 1,41 = 55,6		78,47 : 1,31 = 59,9		78,01 : 1,34 = 58,2	
					[78,17]	[58,3]
50—300	2,71	1,92	2,625	2,004	2,725	2,035
					[2,585]	[1,930]
300—1000	2,13	1,51	2,125	1,62	2,125	1,587
					[2,110]	[1,575]
1000—3000	2,32	1,645	2,15	1,64	2,175	1,623
3000—9000	2,77	1,964	2,51	1,915	2,505	1,87

Entlastungen (Juli 1909).

Zeitraum	5. (0 atm.)		7. (500 atm.)	
0—1000	105,80	%	101,23	%
20—1000	8,01 : 105.80	= 7,57	7,34 : 101,23	= 7,25
50—1000	6,45	6,10	5,91	5,83
125—1000	4,85	4,58	4,24	4,18
300—1000	2,87	2,71	2,52	2,49

Demnach Änderung in den ersten

20 sec	92,43 %	92,75 %
50 „	93.90 %	94,17 %
125 „	95,42 %	95,82 %
300 „	97,29 %	97,51 %

1000—2000	1,80		1,63	
0—50	99,35 : 1,80	= 55,2	95,32 : 1,63	= 58.5
50—300	3,58	1,99	3,39	2,08
300—1000	2,87	1,594	2,52	1,55
1000—3000	2,92	1,62	2,60	1,595
3000—8000	2,77	1,54	2,44	1,50

Anmerkung. Den Entlastungen vom 5. und 7. lagen Belastungen mit einem größeren Zusatzgewicht zugrunde als den späteren Versuchen.

Zeitraum	12. (0 atm.)		14. (500 atm.)		16. (500 atm.)	
0—1000	83,03	%	82,61	%	82,775	%
20—1000	5,39 : 83,03	= 6,50	5,21 : 82,61	= 6,30	5,32 : 82,775	= 6,43
50—1000	4,28	5,16	4,10	4,96	4,08	4,94
125—1000	3,07	3,70	2,97	3,59	2,97	3,59
300—1000	1,85	2,23	1,79	2,17	1,79	2,16

Zeitraum	12. (0 atm.)	14. (500 atm.)	16. (500 atm.)
Demnach betrug die Änderung in den ersten			
20 sec	93,50 %	93,70 %	93,57 %
50 „	94,84 %	95,04 %	95,06 %
125 „	96,30 %	96,41 %	96,41 %
300 „	97,77 %	97,83 %	97,84 %
1000—2000	1,17	1,13	1,13
0—50	78,75 : 1,17 = 67,3	78,51 : 1,13 = 69,5	78,70 : 1,13 = 69,6
50—300	2,43 2,08	2,31 2,04	2,29 2,03
300—1000	1,85 1,58	1,79 1,585	1,79 1,585
1000—3000	1,87 1,60	1,78 1,575	1,82 1,61
3000—9000	2,00 1,71	1,88 1,66	1,88 1,66

Zeitraum	21. (0 atm.)	23. (0 atm.)	26. (500 atm.)
0—1000	83,52 %	83,82 %	88,75 [88,745] %
20—1000	5,41 : 83,52 = 6,48	5,38 : 83,82 = 6,42	5,88 : 88,75 = 6,63 [5,545] [88,745] [6,25]
50—1000	4,24 5,08	4,26 5,08	4,60 5,18 [4,485] [5,06]
125—1000	3,08 3,69	3,06 3,65	3,30 3,72 [3,245] [3,66]
300—1000	1,86 2,23	1,85 2,21	1,96 2,21 [1,935] [2,18]
In den ersten			
20 sec	93,52 %	93,58 %	93,37 [93,75] %
50 „	94,92 %	94,92 %	94,82 [94,94] %
125 „	96,31 %	96,35 %	96,28 [96,34] %
300 „	97,77 %	97,79 %	97,79 [97,82] %
1000—2000	1,12	1,18	1,21
0—50	79,28 : 1,12 = 70,8	79,56 : 1,18 = 67,5	84,15 : 1,21 = 69,5 [84,27] [69,6]
50—300	2,38 2,12	2,41 2,04	2,64 2,18 [2,55] [2,11]
300—1000	1,86 1,66	1,85 1,57	1,96 1,62 [1,935] [1,60]
1000—3000	1,80 1,61	1,89 1,60	1,97 1,63 [1,965] [1,62]
3000—9000	1,89 1,69	1,99 1,69	2,09 1,73

Das Resultat läßt sich wohl dahin zusammenfassen, daß von einer elastischen Deformation des Silbers unter der Wirkung hohen Druckes ein größerer Anteil sozusagen „plötzlich“ sich vollzieht, als beim Drucke Null der Fall sein würde, daß jedoch die Nachwirkungswanderung durch hohen Druck stärker verzögert wird, so daß nach Verlauf einiger Minuten die relative Änderungsgeschwindigkeit bei 0 atm. größer ist als bei 500 atm. Indessen dürfte dieser Schluß auf Grund des vorliegenden Zahlenmaterials vorerst nur als wahrscheinlich richtig gelten, da für einzelne Reihen eine Korrektion um 5 Sek. fast zum Gegenteile führt und nach den Erfahrungen am Kautschuk Zeitverschiebungen von dieser Größenordnung als möglich erscheinen müssen. Allerdings ist andererseits anzunehmen, daß noch größere Korrektionen für die Vergleichung der einzelnen Versuche kaum anzunehmen sein werden, da die Voraussetzungen für die Zeitverschiebung diese durchgängig in gleicher Richtung erwarten lassen, so daß nur ihre Differenzen in Frage kommen.

Wichtig ist jedenfalls, daß der Druck geringen Einfluß auf den Verlauf elastischer Formänderung bezw. Nachwirkung ausübt, und daß dieser Einfluß anscheinend in jeder Hinsicht gerade entgegengesetzt wirkt, als es beim Kautschuk festgestellt worden ist.

Die Änderung des Torsionsmoduls F des Silbers durch + 500 atm. war sehr gering, und es kann daher im folgenden nur überschlagsweise eine Berechnung gegeben werden.

Die Formel von S. 14 läßt sich umschreiben in:

$$(F' - F) : F = \{(A_2 - A_1) - (K_2 - K_1)\} : (\lambda_2' - \lambda_1')$$

und es ist K_1 = Verschiebung durch Auftriebsänderung an Spirale, Armatur und Maßstab + Verschiebung durch Längenänderung von Skala gegen Gestell durch Druck, $K_2 - K_1$ + Verschiebung durch Auftriebsänderung des Zusatzgewichtes.

Das Zusatzgewicht (76 g Messing) dehnte bei 500 atm. die Spirale um ca. 92 mm, entsprechend einer Belastung von

$$76 - \frac{76}{8{,}5} = 76 - 9 = \text{ca. } 67 \text{ g.}$$

Demnach hatte eine Auftriebserhöhung von

$$\frac{76}{8{,}5}\,(44-1)\,500\cdot 10^{-6}\ \mathrm{g} = 0{,}19_{35}\ \mathrm{g}$$

eine Verkürzung von $\frac{92}{67}\cdot 0{,}19_{35}$ mm $=$ 0.266 mm zur Folge. Dagegen trat durch Längenveränderung von Skala gegen Gestell

bei hoher Belastung $-\frac{1}{3}\cdot 10^{-6}\cdot 500\cdot 33 = 0{,}005$ mm

bei geringer Belastung $-\frac{1}{3}\cdot 10^{-6}\cdot 500\cdot 125 = -0{,}021$ mm

Verschiebung auf, sodaß sich ergibt:

$$K_2 - K_1 = 0{,}266 - 0{,}021 + 0{,}005 = 0{,}25 \text{ mm},$$

während die experimentellen Bestimmungen zu

$$A_2 = 0.86 \text{ mm};\ A_1 = 0{,}45 \text{ mm};\ A_2 - A_1 = 0{,}41 \text{ mm}$$

führten. Nimmt man für $\lambda_2' - \lambda_1'$ den obigen genäherten Wert von 92 mm, so wäre:

$$\frac{F' - F}{F} = \frac{0{,}41 - 0{,}25}{92} = \frac{0{,}16}{92} = 1{,}7\cdot 10^{-3} \quad (\text{für } + 500 \text{ atm.}).$$

Es würde demnach, wie beim Kautschuk, die Elastizität des Silbers durch hohen Druck um einen geringen Betrag zunehmen, obwohl bei diesem die Torsion als elastische Änderung bei konstantem Volumen, bei jenem der Wert $\mu \sim \frac{1}{2}$ auch für Längsdilatationen einen Druckeinfluß zunächst nicht erwarten lassen.

Messungen an einer Glasspirale.

Die Firma Lautenschläger hier lieferte nach mehrfachen Versuchen eine Glasspirale aus ziemlich dünnem, aber ungleichmäßigem Faden, aus mehreren Stücken zusammengeschmolzen, so daß sich etwa 40 cm Länge ergeben. Durchmesser etwa 1 cm. Zur Verringerung des Dauergewichts wurde der Stiel der Armatur aus einer Strickenadel, der Teller aus Aluminiumblech neu angefertigt, die Spirale vermittels kleiner Metallhaken in das Gestell eingehängt.

Nach Prüfung der Anordnung wurden eine ganze Anzahl

gut geglückter Belastungs- und Entlastungsversuche bei 0 und 500 atm. vorgenommen, indessen waren, so regelmäßig auch der Vorgang sich abspielt, die durch den Druck bedingten Unterschiede so gering und an der Grenze der Beobachtungsfehler, daß auch hier eine eingehende Berechnung zwecklos erscheint. Es wird deshalb genügen, eine einfache Zusammenstellung der erzielten Beobachtungsresultate zu geben.

Reste alter Nachwirkungen dürften hier für den Vergleich herausfallen, da die Versuche stets nach 24 ± 1 Std. einander folgten, und die zeitlichen Änderungen dann so gering waren, daß etwaige Verschiedenheiten unterhalb der Meßfehler lagen.

Spezielle Temperaturversuche zeigten ferner, daß Einflüsse innerhalb der vorgekommenen Temperaturschwankungen nicht in Betracht kamen.

Belastungen.

Wanderungen der Skala in Millimetern während des Zeitraums von

sec	0 atm.				500 atm.		
	13. 12. 1909	19. 12. 1909	21. 12. 1909	Mittel	Mittel	15. 12. 1909	17. 12. 1909
0—10		36,965	36,96	36,963	36,878	36,895	36,86
10—20	37,155	0,065	0,08	0,073	0,075	0,065	0,085
20—50		0,105	0,09	0,098	0,10	0,10	0,10
50—100	0,08	0,08	0,085	0,082	0,075	0,075	0,075
100—250	0,13	0,145	0,14	0,138	0,125	0,12	0,13
250—450	0,085	0,075	0,085	0,082	0,088	0,085	0,09
450—700	0,07	0,065	0,065	0,067	0,068	0,075	0,06
700—1000	0,065	0,055	0,05	0,057	0,055	0,055	0,055
1000—1500	0,07	0,055	0,06	0,062	0,063	0,055	0,07
1500—2500	0,085	0,08	0,08	0,082	0,083	0,085	0,08
2500—4000	0,075	0,075	0,08	0,077	0,09	0,09	0,09
4000—6000	0,07	0,065	0,07	0,068	0,068	0,075	0,06
6000—8000	0,05	0,05	0,045	0,048	0,045	0,04	0,05
0—8000	37,935	37,880	37,890	37,902	37,81	37,815	37,805
10—8000	—	0,915	0,930	0,923	0,933	0,920	0,945
50—8000	0,78	0,745	0,76	0,762	0,758	0,755	0,760
0—50				37,14	37,052		

Entlastungen.

Wanderungen der Skala in Millimetern während des Zeitraums von

sec	0 atm.				500 atm.			
	14. 12. 1909	18. 12. 1909	22. 12. 1909	Mittel	Mittel	16. 12. 1909	20. 12. 1909	13. 1. 1910
0—10	37,005	36,995	36,99	36,997	36,92	36,92	36,92	36,92
10—20	0,065	0,06	0,065	0,063	0,068	0,065	0,055	0,085
20—50	0,11	0,11	0,105	0,108	0,097	0,10	0,10	0,09
50—100	0,08	0,07	0,075	0,075	0,078	0,08	0,08	0,075
100—200	0,09	0,085	0,095	0,09	0,092	0,085	0,10	0,09
200—400	0,10	0,11	0,105	0,105	0,092	0,10	0,085	0,09
400—700	0,075	0,075	0,095	0,082	0,077	0,07	0,08	0,08
700—1000	0,055	0,05	0,05	0,052	0,045	0,05	0,05	0,035
1000—1500	0,06	0,06	0,065	0,062	0,055	0,05	0,065	0,05
1500—2500	0,075	0,08	0,075	0,077	0,08	0,08	0,085	0,075
2500—4000	0,06	0,08	0,075	0,072	0,072	0,075	0,06	0,08
4000—6000	0,065	0,055	0,055	0,058	0,065	0,07	0,06	0,065
6000—8000	0,045	0,035	0,055	0,045	0,047	0,04	0,05	0,05
0—8000	37,885	37,865	37,905	37,885	37,787	37,785	37,790	37,785
10—8000	0,880	0,870	0,915	0,888	0,867	0,865	0,870	0,865
50—8000	0,705	0,700	0,745	0,717	0,702	0,700	0,715	0,690
0—50				37,168	37,085			

Die Skalenverschiebung durch + 500 atm. (Verkürzung) betrug für die schwach belastete Spirale in der Nähe der Ruhelage:

— 0,25, — 0,225, — 0,23, — 0,23, im Mittel — 0,234 mm,

für die Spirale nach Aufsetzen des Belastungsgewichtes:

— 0,30, — 0,305, — 0,28, — 0,31, im Mittel — 0,299 mm.

Die Differenz zwischen beiden Werten = 0,065 mm entspricht der Größenordnung nach, wie eine einfache Überschlagsrechnung zeigt, etwa dem Betrage, wie er der Auftriebsänderung zukommt, die das Belastungsgewicht durch 500 atm. erfährt, so daß es fraglich bleibt, ob innerhalb der vorliegenden Meßgenauigkeit eine Änderung der Elastizität des benutzten Glases durch einen Druckunterschied von 500 atm. wahrnehmbar ist.

Vergleicht man ferner, welche Gesamtänderungen in den einzelnen Zeiträumen unter verschiedenen Drucken eintreten:

Belastungen:	0—10 Sek.	0—50 Sek.	50—8000 Sek.
0 atm.	36,963	37,14	0,762
500 „	36,878	37,052	0,758
Differenz:	0,085 mm	0,088 mm	0,004 mm.
Entlastungen:	0—10 Sek.	0—50 Sek.	50—8000 Sek.
0 atm.	36,997	37,168	0,717
500 „	36,920	37,085	0,702
Differenz:	0,077 mm	0,083 mm	0,015 mm

so ergeben sich für die ersten Zeiten Unterschiede, die ebenfalls völlig durch den verschiedenen Auftrieb des Belastungsgewichtes bedingt sein können, für den weiteren Verlauf Abweichungen, die durchaus in die Grenze der Beobachtungsfehler von $\pm 0{,}01$ mm fallen. Ein Einfluß des Druckes auf die Größe und den Verlauf der elastischen Nachwirkung beim Glase war demnach mit der erreichten Genauigkeit der Messung nicht nachweisbar.

Zusammenstellung.

Zweck der Arbeit war eine Untersuchung über den etwaigen Einfluß allseitigen Druckes auf die Größe und die Art des Ablaufes der elastischen Nachwirkung.

Resultate:

1. Gefunden wurde eine merkliche Längenveränderung durch Zug beanspruchten Kautschuks, die an 2 Fäden und 1 Schlauch gemessen wurde und unter Berücksichtigung aller nebenher laufender Änderungen von der Erhöhung des Elastizitätsmoduls durch allseitigen Druck herzurühren scheint. Aus den Versuchen läßt sich diese Änderung $\frac{\Delta E}{E}$ zu $2{,}7 \cdot 10^{-5}$ bis $3{,}1 \cdot 10^{-5}$ pro Atmosphäre berechnen und verläuft innerhalb der Versuchsfehler zwischen 0 und 300 atm. linear.

2. Die Längskontraktion des Kautschuks nach lange dauernder Dehnung läßt sich von der ersten möglichen Beobachtung an über einen Zeitraum von mehreren Stunden durch

Kohlrauschs Formel bis an die Versuchsfehler heran so darstellen, als ob die gesamte Änderung wie eine Nachwirkung erfolge.

3. Diese Kontraktion verläuft ebenso wie die Dehnung unter der Wirkung einer konstanten Kraft c. p. in der Weise, daß die elastische Formänderung unter kleinem Druck mit größerer Geschwindigkeit beginnt, aber weiterhin stärker verzögert wird, als es bei höherem Drucke der Fall sein würde.

4. Der Torsionsmodul des Silbers dürfte durch allseitigen Druck von + 500 atm. um etwa $1{,}7 \cdot 10^{-3}$ des Anfangswertes zunehmen.

5. Von einer elastischen Deformation des Silbers vollzieht sich anscheinend bei höherem Druck ein größerer Teil sozusagen „plötzlich“ als bei geringem Druck, dagegen wird die weitere Änderung stärker verzögert, so daß schon nach wenigen Minuten bei 0 atm. eine größere Änderungsgeschwindigkeit vorhanden ist als bei 500 atm.

6. An einer Glasspirale ließen sich innerhalb der Versuchsgrenzen keine Änderungen von Elastizität oder Nachwirkung durch Druck nachweisen.

Robert Noske, Borna-Leipzig, Großbetrieb für Dissertationsdruck.

Lebenslauf.

Ich bin am 18. August 1882 in Hainichen i. S. geboren, besuchte dort die Bürgerschule und später das Kgl. Gymnasium in Chemnitz, das ich Ostern 1902 mit dem Reifezeugnis verließ.

Darauf widmete ich mich mit mehreren Unterbrechungen durch Erfüllung militärischer Pflichten dem Studium der Physik, zunächst 3 Semester an der Kgl. Technischen Hochschule in Dresden, dann an der hiesigen Ludwig-Maximilian-Universität.

Wintersemester 1906/07 und Sommersemester 1907 war ich als Assistent am Physikalischen Institut der letzteren tätig.